

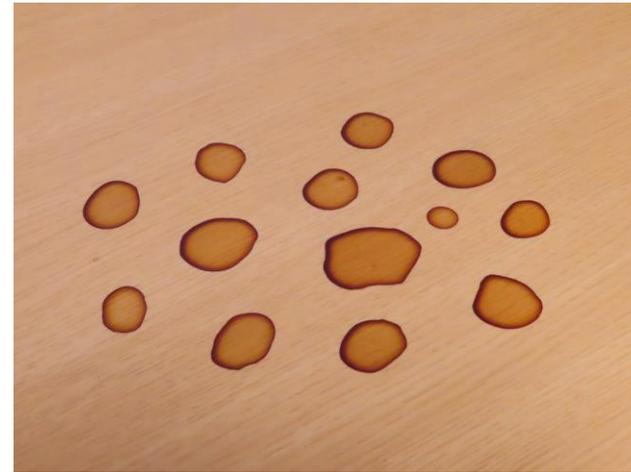
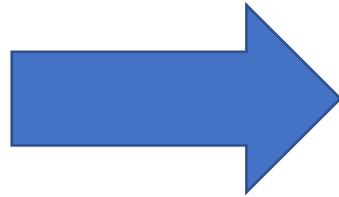
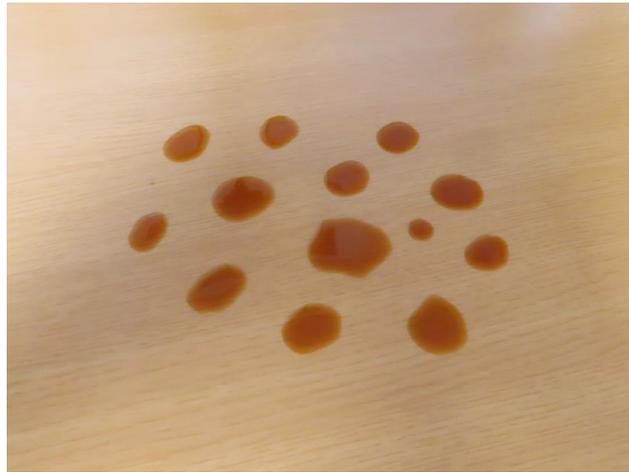
# 非平衡物理と界面成長

Physics Lab. 非平衡班

そもそも非平衡、界面成長とは？

# 例えば日常のこれに関係している！

- 下みたいなのわっかの染み見たことないですか？



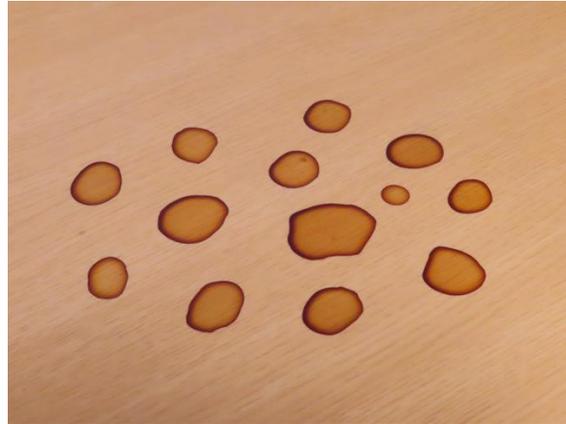
- これはコーヒーの染みですが、コーヒー以外でも色のついた液体だとよく起こります。

これってどうなっているのか？

- 顕微鏡で観察した動画を見てもらいます！！

# 界面成長

= 領域が広がって、境界面(線)が変化する現象！



こんな日常の  
場面でも！

例えば

紙に水がしみこむ様子

細胞が成長していく様子

液晶の乱流成長の様子…

染みが広がっていく様子

紙が燃える様子

# 界面成長の面白さ！！

- 界面成長は非平衡である！
- 界面成長は普遍的なモデルが存在する！

# 界面成長は非平衡である！

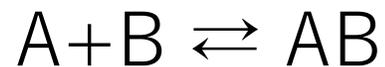
- しかし、そもそも非平衡って何？

# 非平衡とは

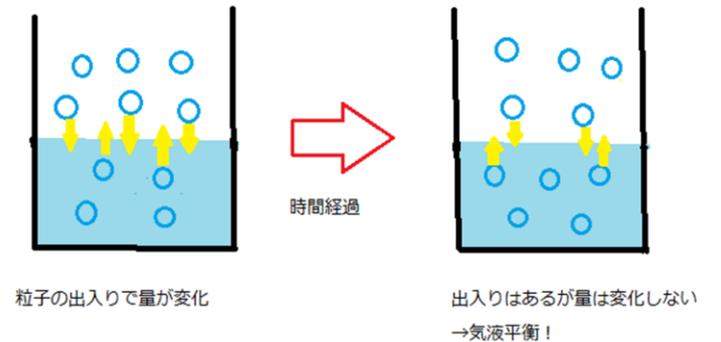
- 平衡状態

ミクロには変化しているが、釣り合いが取れているためマクロには変化していない状態(おおざっぱには見かけの移動や変化がない状態のこと)

例：化学平衡



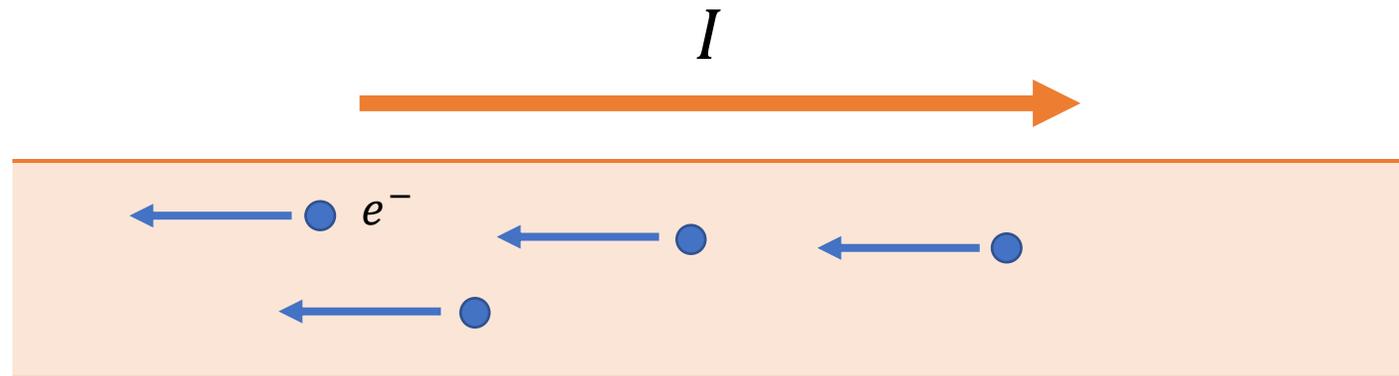
例:気液平衡



# 非平衡とは

- 非平衡状態  
マクロにも変化している状態

例：電流



界面成長も領域が広がるので非平衡になる

Q. 平衡状態も非平衡状態も多くの原子・分子の集まった世界の話。  
ではこれらの現象を統一的に理解するには？

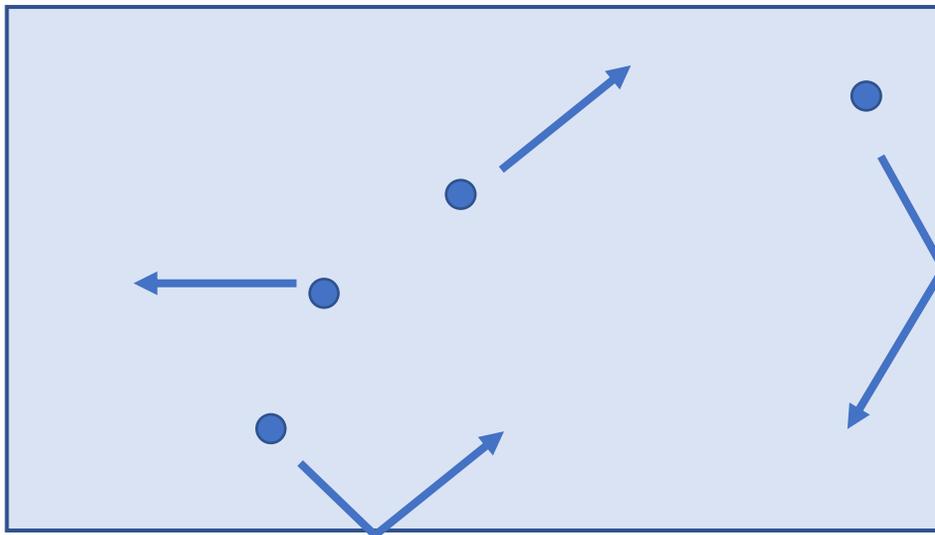
Q. 平衡状態も非平衡状態も多くの原子・分子の集まった世界の話。  
ではこれらの現象を統一的に理解するには？

A. 統計物理

# 統計物理とは

- たくさんの原子・分子の動きから全体はどうふるまうかを予測する
- 特に平均や分散、分布と言った統計量で予測する

例：気体分子運動論



状態方程式

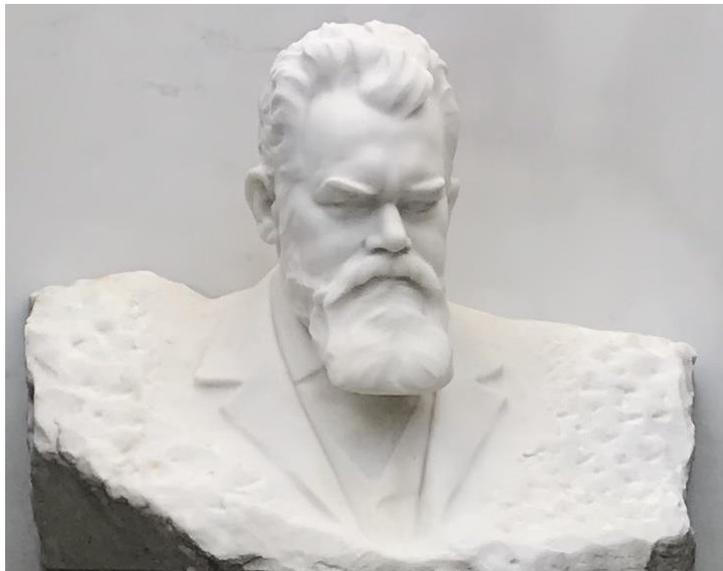
$$pV = nRT$$

# 統計物理とは

- 平衡統計物理

平衡状態についての統計物理

ボルツマンらによって20世紀に大きく発展



$$S = k \log W$$

# 統計物理とは

- 非平衡統計物理

非平衡状態についての統計物理  
色々な研究はあるが、未完成！

⇒ まだまだわかってないことが多いけどもそのなかで法則が見つかったら面白い

# 非平衡についてまとめ

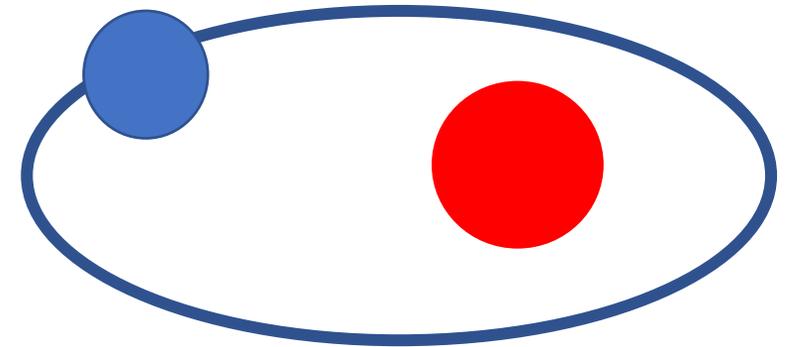
平衡：見た目が変化していない。  
平衡統計物理はかなり理解が進んでいる！

非平衡：見た目に大きな変化がある。  
まさに研究段階の物理！  
そのなかで法則が見つかったら面白そう！

⇒ 「界面成長」はモデルで説明できる！

# 界面成長には普遍的なモデルが存在する

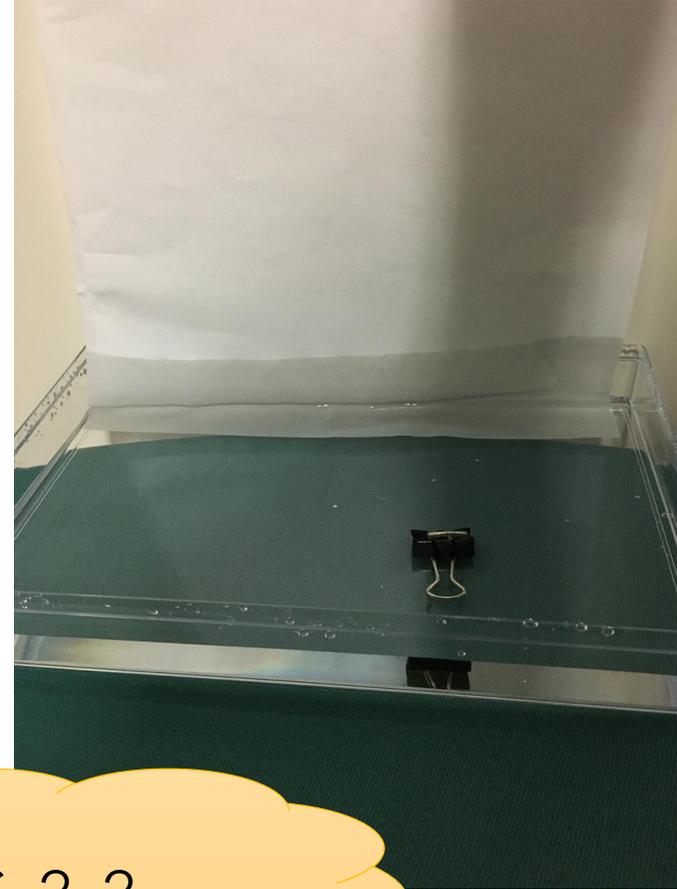
- モデルは現象の大事な部分だけを取り出して、現象の重要な性質を見抜くための物。
  - 例:惑星のモデル
  - 二つの物が万有引力で引き合っている。
  - 太陽と地球、地球と月、
  - どこか遠くにある星と星
- 
- モデルにするには普遍的な共通点を見つけることが重要



# 界面成長には普遍的なモデルが存在する

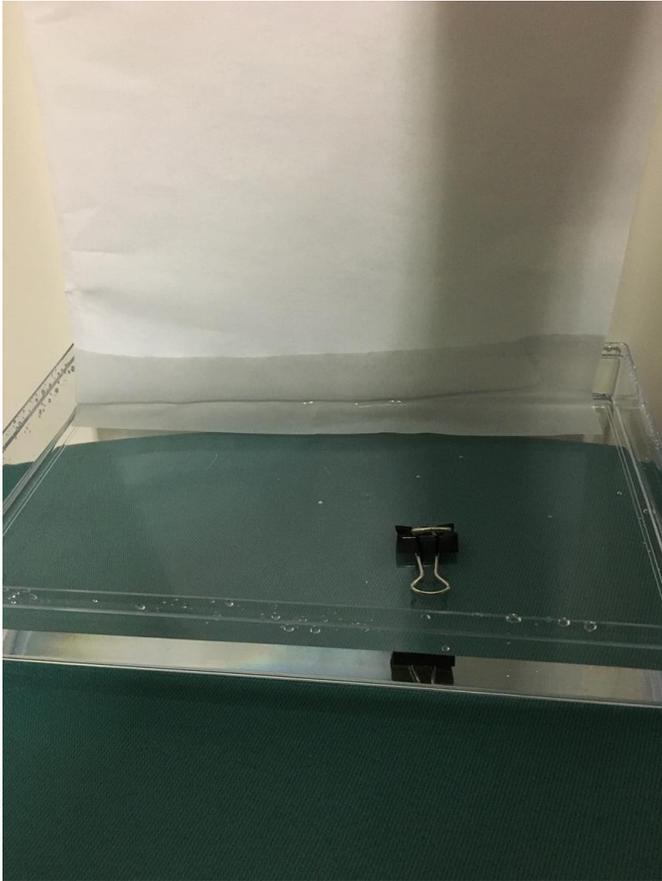
- 例えば紙に水がしみこむこととコーヒーが染みを作ることは全然違う現象
- そこに共通のモデルが見つかるのはとても驚くべき事
- 実際に二つの現象について具体的に見て、いかに違うかを確認しましょう。そして、わずかな共通点は何か

# 紙に染み込む水



どんな特徴がある??

# 紙に染み込む水



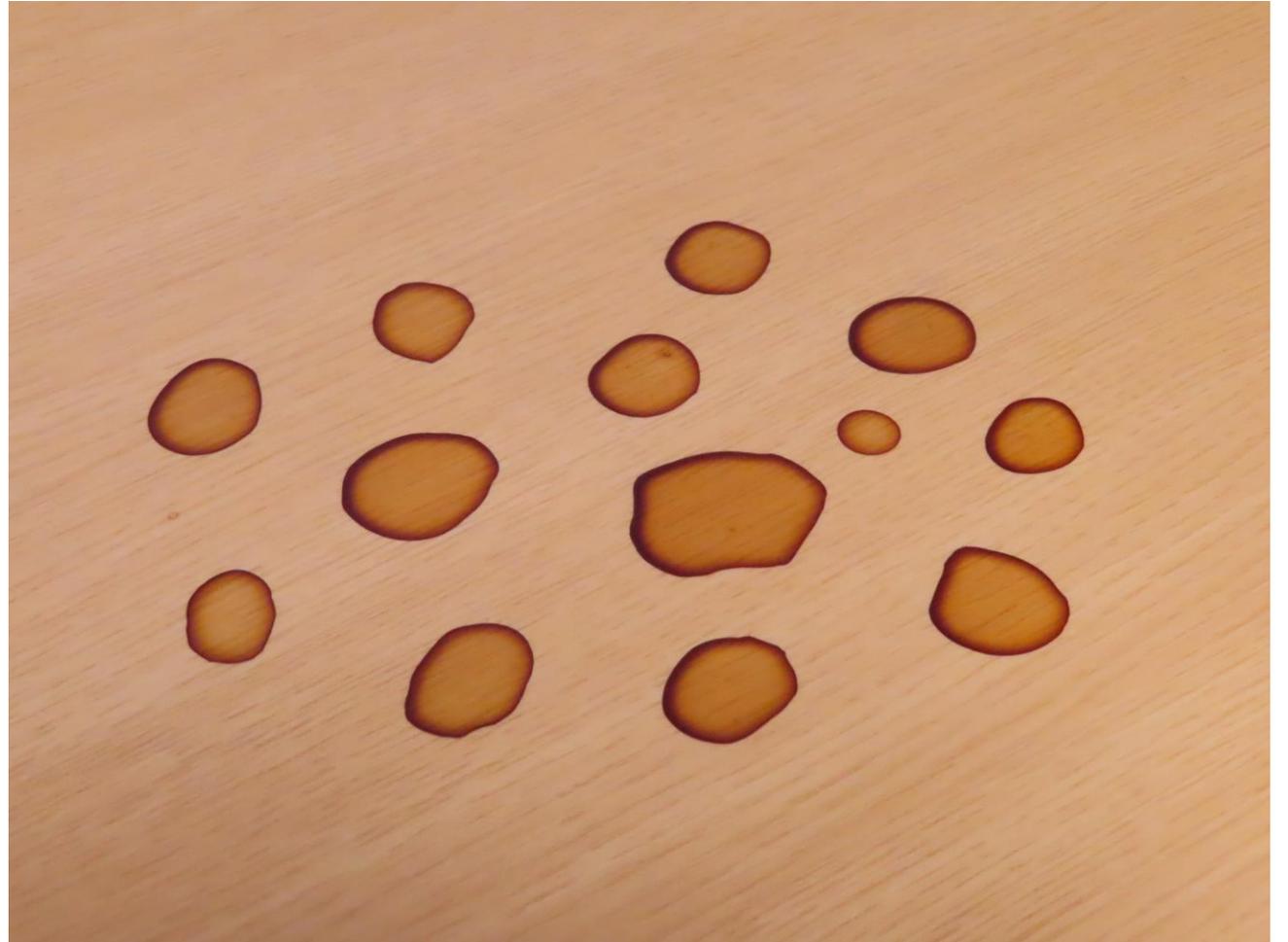
～特徴～

- ・ 材料は紙と水
- ・ 毛細管現象が原因
  
- ・ 濡れた部分が広がっていく
- ・ 遠目には境界線が移動している
- ・ たくさんの水分子が参加している

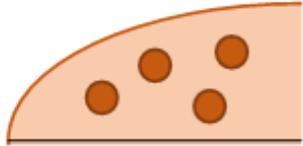
# コーヒーリング



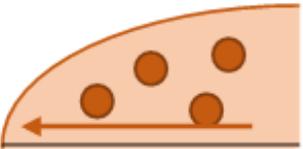
4時間後…



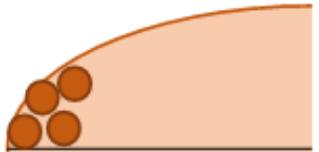
# コーヒーリング



① コーヒーの水滴ができる



② 水滴のふちから水分が蒸発することで、内側から外側への流れができる



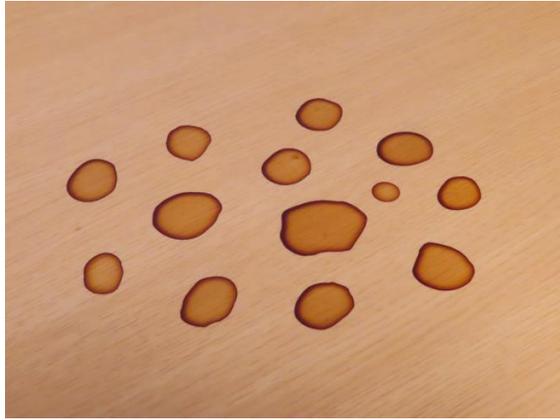
③ ふちに粒子がたまっていく



④ 水分が蒸発して粒子だけが残る

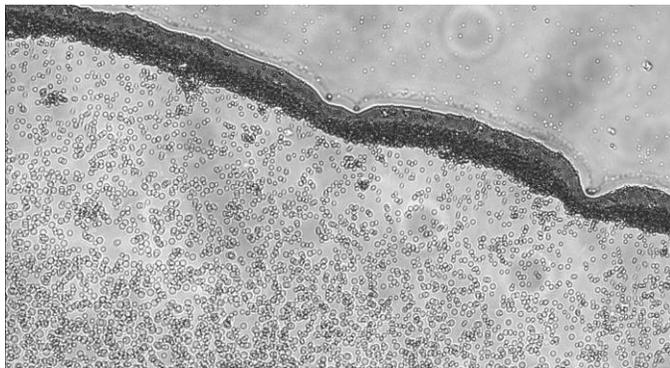
顕微鏡で見てみよう！

# コーヒーリング



～特徴～

- ・材料は水とコロイド(微粒子)
- ・駆動する力は蒸発による水のながれ



- ・ふちに粒子が積もっていく
- ・遠目には細い線
- ・たくさんのコロイド粒子が参加している

材料や駆動する力は全然違う

強いて言うなら以下が似ている点

## 紙に染み込む水

- ・濡れた部分が広がっていく
- ・遠目には直線的
- ・たくさんの水分子が参加

## コーヒーリング

- ・ふちに粒子が積もっていく
- ・遠目には細い線
- ・たくさんのコロイド粒子が参加



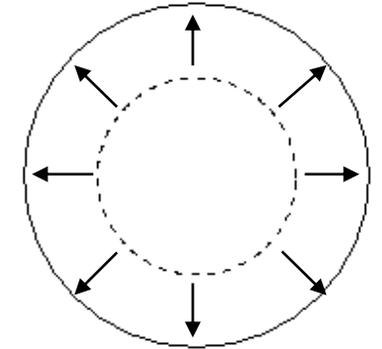
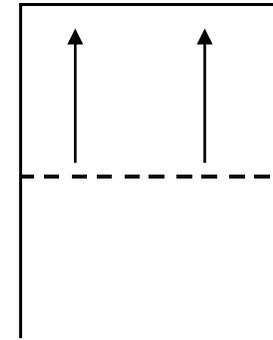
界面成長

# モデルへ

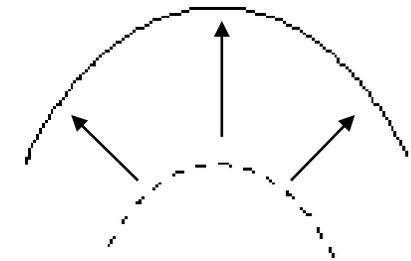
- 出てきた共通点はかなり抽象的な物（広がる、境界がある、たくさんのもの）
- 抽象的な共通点が見つかったらする事は、モデル化！！そして数式で表す。

# 式で表してみよう！（特にコーヒーリング）

- ・遠目には平均的に成長する  
全体的には一様な成長



- ・ランダム（重要!!）  
たくさんの物が参加するので  
成長の大きさは場所や時間によってまちまち



- ・隣の成長具合に影響される  
隣が高いと高くなりたいたい隣が低いと  
低くなりたいたい。

式で表してみよう！

$$\frac{\partial}{\partial t}h(\mathbf{x}, t) = \nu \nabla^2 h(\mathbf{x}, t) + \frac{\lambda}{2} (\nabla h(\mathbf{x}, t))^2 + \eta(\mathbf{x}, t)$$

界面の成長速度

= (2項合わせて)隣の成長の影響 + ランダム項

KPZ方程式

# KPZ方程式の発展

- KPZ方程式は数学の言葉で言うと“非線形”な“確率微分方程式”でとても難しい。特に、一般的な解法はないとされている。
- しかし、2000年頃数学の発展により一次元(境界“線”の成長)のKPZ方程式については厳密解が知られている。
- 数学では解けた。でも物理ではまだ気になることが...

KPZ方程式は現実を表しているのか

$$\frac{\partial}{\partial t}h(\mathbf{x}, t) = \nu \nabla^2 h(\mathbf{x}, t) + \frac{\lambda}{2} (\nabla h(\mathbf{x}, t))^2 + \eta(\mathbf{x}, t)$$

Q.どんな実験をすれば確認できる??

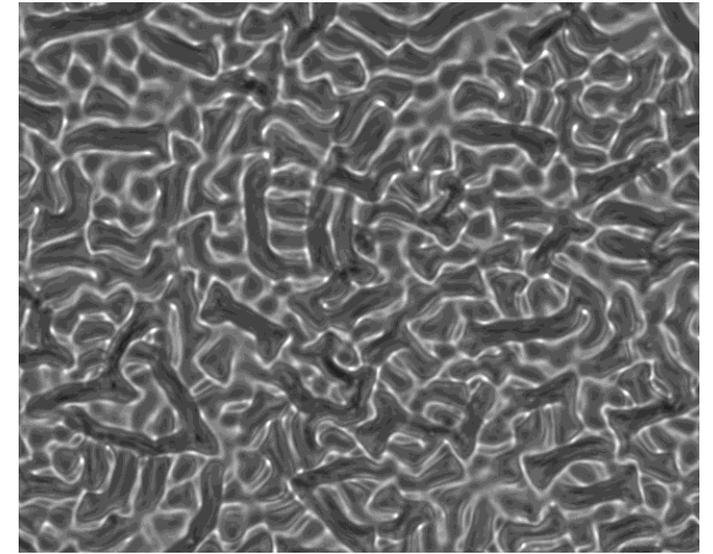
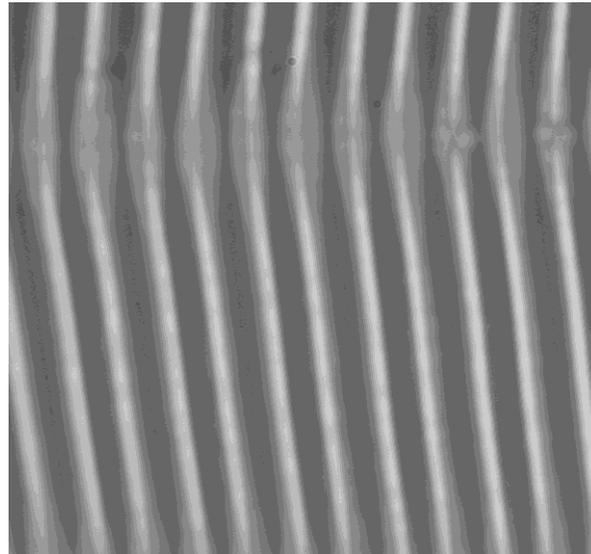
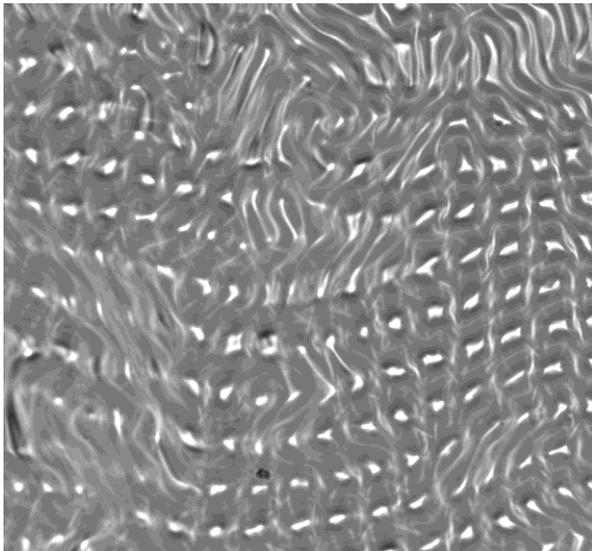
**A.界面の高さの統計量・分布を調べる!**

# 実験

- いい実験するには制御しやすい材料の現象が必要です。
- 液晶と乱流成長はとてもいい実験対象です。

# 液晶って聞いたことない？

- 液晶パネルでおなじみ。電圧をかけることでパネル内の液晶を制御して画面を明るくしたり暗くしたりしている。
- かける電圧によって下のような様々な模様が見える。



# 液晶の界面成長

<液晶の界面成長の動画>

# 液晶の界面成長

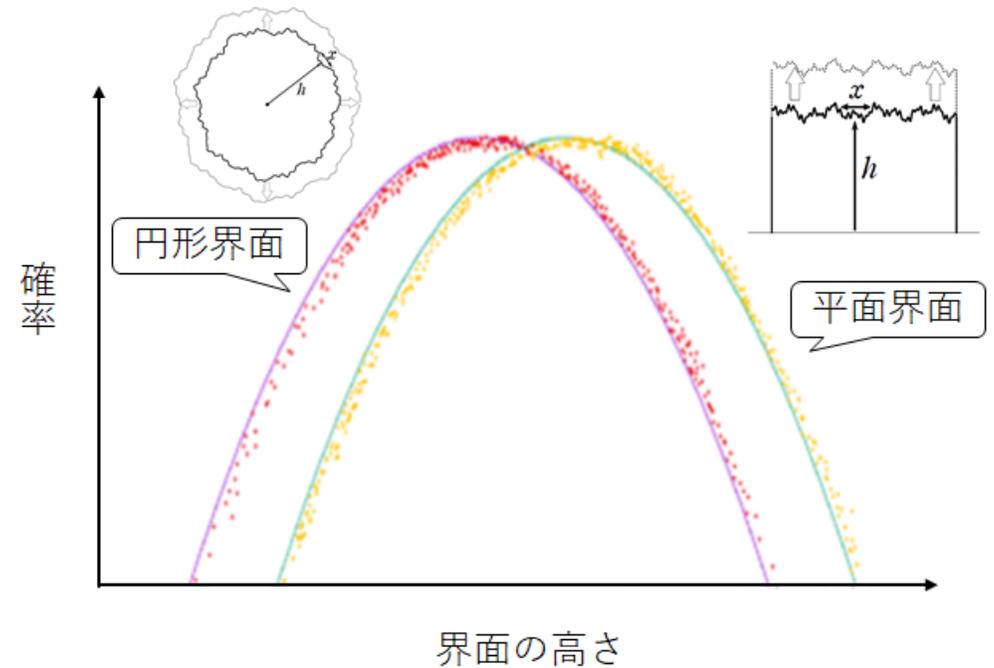
～実験結果～

実線：理論的な分布

点：実験結果

円形界面も平面界面も、  
理論の予言と実験結果が一致！

他の現象でも統計量の一部の測定  
からKPZ方程式や派生のモデルに  
従っていそうとわかった。



※画像はイメージです

# モデルについてのまとめ

- 様々な界面成長の現象はKPZ方程式などのモデルで表されている。
- 材料や駆動力が違う現象を普遍的なモデルで表せるのは面白い！

# まとめ ～非平衡物理と界面成長～

## 界面成長の特徴

- ・ KPZ方程式で界面成長が普遍的に記述できる
- ・ 理論的な厳密解が求まっている

→ 非平衡の理解のきっかけとなることが期待される！

# 最後に

- 実はまだ説明できていないことが少し、
- 例えば紙が水を吸い上げる様子はKPZよりはqKPZという方程式で表したほうがいいのか
- 例えば液晶の円形界面と直線界面の分布がどういった分布なのかとか
- しかし、ここで説明する時間は足りないので、

# 皆さんPhysics Lab.のHPに来てください！

- 本当であれば当日皆さんに見せる予定だった解説ポスターがあります。より詳しい解説はこちらからどうぞ！下のQRコードから見れます！！



**実験 1：コーヒーリング効果**

**コーヒーリング効果とは？**

コーヒーを机にこぼすと、乾いたあとに円形の模様ができます。この現象は**コーヒーリング効果**と呼ばれ、その仕組みは次のようなものです。

- ①コーヒーが机にのる
- ②ふちあたりのコーヒーが蒸発することで濡れができ、粒子がふちの方に引き寄せられる
- ③粒子が溜まっていく
- ④水分が蒸発し、粒子のみが机の上に残る

この一連のプロセスを顕微鏡を使って見ると粒子がふちに「積もっていく」ように見えます。この積もっていく様子を詳細に調べるために実験が行われました。

**実験方法**

コーヒー粒子の代わりに、形や大きさの決まったビーズを用いて実験を行います。ビーズは球形のものと同円球のものを uses します。ビーズが積もってできる**界面の形が時間とともにどのように変化していくか**を測定します。具体的には、まずふちのそれぞれの場所における界面の高さを測定し、その分布を求めます。その分布の特徴的な量を求め、それを各時刻ごとに行なってグラフにプロットしていくことで「形の時間変化」を求めることができます。

**界面成長のクラス**

実験では高さ分布の標準偏差という量を測定しました。すると、ビーズの形に応じて標準偏差の時間変化の仕方が異なることがわかりました。これらは標準偏差が時間の何乗に比例して成長するか、という量(成長指数)によって特徴付けられます。これを分類したものを**クラス**といいます。

ビーズの形	クラス	成長指数	理論値
球形	ポアソン	0.48	0.5
球に近い楕円球	KPZ	0.37	0.33
歪な楕円球	KPZQ	0.68	0.68

表. ビーズの形とクラスの対応. 理論値はモデルから計算したものである。

図. 横軸は平均高さ(時間の代わりに使っている)、縦軸は標準偏差を表す。

Yunker P. J., et al. (2013). Phys. Rev. Lett. 110(3), 035501.

**意味**

上で示したクラスのうち、**KPZ**というクラスに着目します。このクラスは少し凝ったモデルで記述され(詳細→p6)、いくつか非自明な性質を持ちます。実はKPZクラスはコーヒーリング効果に限らず、様々な界面成長に登場することが知られています。このことから、KPZクラスは**非自明な性質が普遍的に現れる**ということでも面白い物理につながっています。