

デコヒーレンス

量子情報班（文責: 矢田季寛）

September 19, 2020

9/21（五月祭二日目）に行うプレゼンテーションはこの資料に沿ったものになっている。

1 デコヒーレンスとは何か

この章では、まず量子性のもたらす不思議な現象の代表例である二重スリット実験に触れてから（1.1節）、量子力学についてこの記事で必要十分なところを簡単に学んだ後（1.2,1.3節）デコヒーレンスという現象を説明する（1.4節）。

1.1 二重スリット実験

電子の二重スリット実験とは、図1のように、電子銃から電子を一つずつ発射し、二重スリット（二つの小さな穴が空いたついで）を挟んで設置した感光板で、電子を観測すると言う実験である。

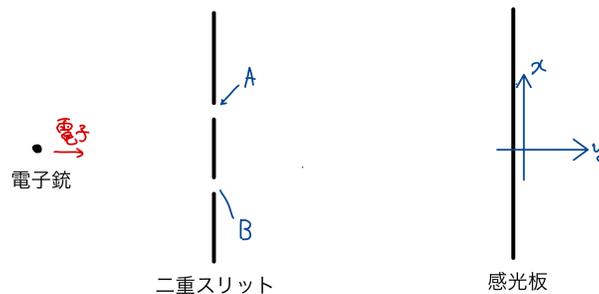
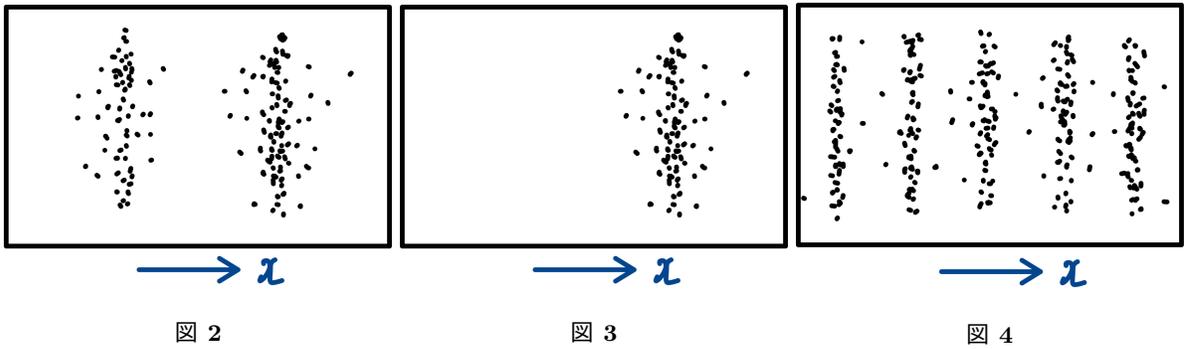


図 1

私たちの直感では、電子は穴の開いたところのみを通過するのだから図2のように分布するだろうと予想できる。射撃やアーチェリーなどで的と発射位置の間に二つの穴の開いた壁を設置して打ったら場合を想像すれば良い。また、片方の穴のみを塞ぐと、分布は図3のようになるはずである。

しかし実際には、電子の分布はそのようにはならない。片方の穴を塞いだ場合には、予想通り分布が図3のようになるが、穴を塞がない場合には分布は図4のようになるのだ。



これに似た結果を、高校物理で学習する「光の二重スリット実験（ヤングの実験）」とか、「水波の干渉」で見たことがあるだろう。先ほど説明した電子の二重スリット実験で、電子を発射する電子銃の位置に水面を振動させる振動子を置き、図 5,6のようにセッティングしたのが水波の干渉実験である。この実験で穴の片方、例えば B の方を塞ぐと、水波は図 5(a),(c) のように広がり観測地点での波は図 5(b) のようになる。一方どちらも塞がない場合には、A と B において波が同位相となり、それぞれの穴を中心とする波が重なり合う。これにより、観測地点では図 6(b) のようになるのだ。ヤングの実験においても同様の原理で、A と B からの光の波が重なり合うことで干渉が起こる。

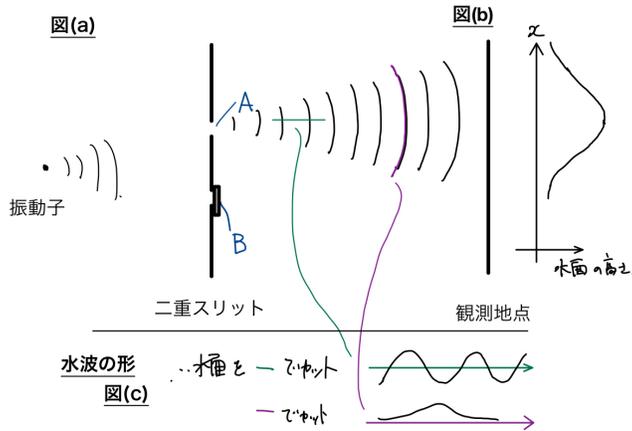


図 5

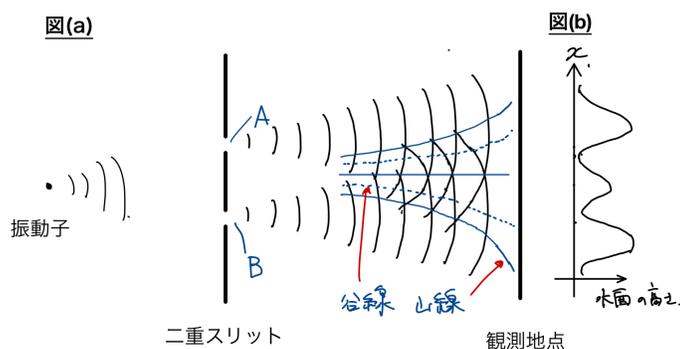


図 6

しかし、なぜ粒子であるはずの電子で、波のような性質が見られるのだろうか。それは、電子のようなミクロなものの振る舞いを知るには量子力学と言う体系を使わなくてはならないからである。量子力学の体系は、私たちの直観とは全く異なったものである。だからこそ、電子（ミクロなもの）は私たちの直観に全く合わない振る舞いをしたのである¹。

1.2 量子力学の体系

量子力学の体系について、（必要最低限で）説明していきたい。

まず根本的に重要なことは、量子力学では「実在性」が通用しないことである。実在性とは測定対象の状態を定めれば物理量が確定していると言う性質のことである。つまりある時刻での対象の状態を知ることが、その時刻での対象のあらゆる物理量（位置、速度...）のリストを知ることと同じであると言う考え方である²。マクロなものが従う物理ではこれが通用するので、私たちは直観的にこれを信じてしまう。（普通、投げた野球ボールの状態を知っていると言うときには、ボールの位置、速度、向き、回転軸と回転速度...などの全ての量を知っていると言うことを指す。また、これらを測定することは肉眼で、それが無理ならカメラを使って、容易にできる。）

量子力学の体系では、対象の状態を定めても物理量は確定しない。ある状態に対して物理量の測定を行うと測定結果の一つ得ることができるが、その測定結果は確率的なもので、一般には状態に対して物理量が確定しているわけではないのだ（「量子測定」の解説記事やポスターなどを参照）。つまり量子力学は、「状態がそれすなわち物理量のリスト」であったマクロなものの物理学とは異なり、「状態に対して測定をして物理量の確率分布を調べる」と言う構造になっている。量子力学に

¹高校物理ですでに電子の二重スリット実験について習い、さらに粒子であるはずの電子が波のような性質を示す理由として、電子が波動としての性質と粒子としての性質の両方を持っているからであると教えてもらった人もいられるかもしれない。（粒子と波動の二重性）しかしこのような二重性がなぜ生じるのかと言う、より深い理解に達するためには量子力学についてよく知る必要がある。この解説記事は粒子と波動の二重性がどうして生じるかが主目的ではないのでそこに焦点を当てて議論はしないが、電子が持つ「波動性」のイメージくらいはふんわり掴むことができるかもしれない。

²他の意味もあるが、この記事内で実在性と言ったらこのことを指す。

馴染みがない人はこれをすぐに受け入れるのは難しいだろうが、とにかく、量子力学での対象の「状態」は直観的な(マクロな物理の)「状態」とは意味合いが異なるということをわかってもらいたい。

量子力学の「状態」は次のような変わった性質を持っている。対象のとりうる状態を $|A\rangle, |B\rangle, |C\rangle, \dots$ などとかくと、その状態の重ね合わせもまた(別の)状態になるのだ。例えば、 $a|A\rangle + b|B\rangle$ や $a|A\rangle + b|B\rangle + c|C\rangle$ も対象のとりうる $(|A\rangle, |B\rangle, |C\rangle)$ とは別の)状態になる³。(ただし a, b, c は任意の複素数である。)このような、状態の重ね合わせ(足し算と言ってもいい)がまた状態になると言う性質を線形性などと呼ぶ。(線形性について厳密に知りたい人は「線形代数と量子力学」の解説記事などを参照してほしい。)

電子の二重スリットの実験を量子力学的に考え直すことで、量子力学でいう状態とはなんなのか、また状態が重ね合わさった状態とはなんなのかのイメージをつかもう。まず、Bの穴を塞いで電子を発射することを考えよう。電子銃から電子が発射された後のある時刻において、電子はある状態にいると考えられる。ただし、繰り返しになるが、この「状態」は私たちがイメージするのは違って、位置や速度などが確定したものではない。この時、電子の状態は $|\psi_A\rangle = \sum_{(x,y)} \psi_A(x,y) |(x,y)\rangle$ などと書ける⁴。 $|(x,y)\rangle$ とは、電子が位置 (x,y) に存在(局在)する状態のことであり、それらの重ね合わせで電子の状態 $|\psi_A\rangle$ を書くことができるのだ(図7)。重ね合わせ状態 $|\psi_A\rangle$ のイメージを掴むことは簡単ではないが、その物理量を測定することで理解に近づける。例えば、状態 $|\psi_A\rangle$ に対して位置を測定すると、(前述の通り測定結果は確率的なので)測定のたびに違う位置で電子が観測される。そして、位置 (X,Y) で観測される確率が $\frac{|\psi_A(X,Y)|^2}{\sum_{(x,y)} |\psi_A(x,y)|^2}$ なのだ。つまり、重ね合わせ係数の絶対値の二乗の比が、観測される確率の比になっているのだ。実は、重ね合わせ係数 $\psi_A(x,y)$ は、穴Aを通った水波の振動(図5(a),(c))と同じ様な形になることが知られている。したがって、感光板の位置では電子の観測される確率分布は図5(b)の様になる⁵。

³規格化済の状態 $(\frac{1}{\sqrt{2}}(|A\rangle + |B\rangle))$ などのみを状態ということもあるが、ここでは簡単のため規格化前のものも状態と呼ぶこととした。

⁴ (x,y) が連続変数なので、位置について積分の形で書いて $|\psi_A(x,y)|^2$ を確率密度関数などとするのが正確であるが、ここでは簡単のために位置をブロック状に区切るなどして離散化して和をとっているものとする。

⁵電子が感光板の位置に来たときに観測され、それまでは観測されない。したがって確率分布は、各時刻の電子の感光板上の存在確率分布を時間積分したものになる。このような議論も含めて、電子が打ち出されてから感光するまでの過程を量子力学的に詳しく追って書いてある文献として、参考文献[6]の8章などがある。7章には、光子の二重スリット実験について量子力学の観点から詳しい記述があるので興味のある有識者は是非読んでみてほしい。

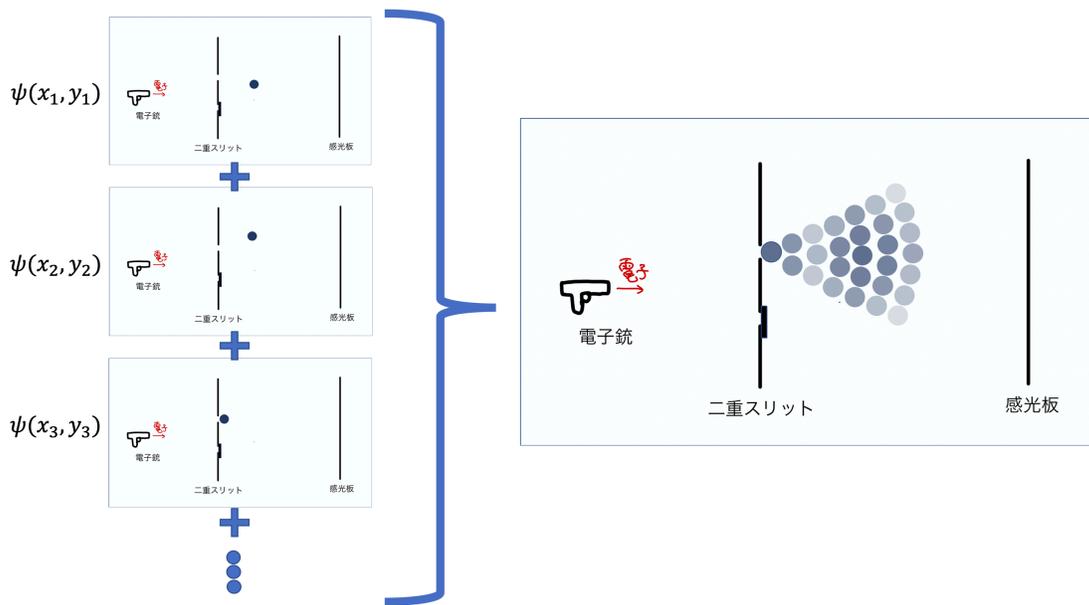


図 7

次に、A,B どちらの穴も開けた状態で電子を発射することを考えよう。このとき、電子発射後のある時刻での電子の状態は A を通って進む状態 $|\psi_A\rangle$ と B を通る状態 $|\psi_B\rangle$ の重ね合わせになる (図 8)。つまり、電子の状態は $|\psi\rangle = |\psi_A\rangle + |\psi_B\rangle$ となるのだ。したがって、 $|\psi\rangle = \sum_{(x,y)} \psi(x,y) |(x,y)\rangle$ とすると、重ね合わせ係数は $\psi(x,y) = \psi_A(x,y) + \psi_B(x,y)$ となり、水波の干渉実験での水面と同じ様な形になることがわかる。感光板での電子の観測位置の確率分布が図 6(b) の様になり、感光板が図 4の様になるのはそのためなのである。

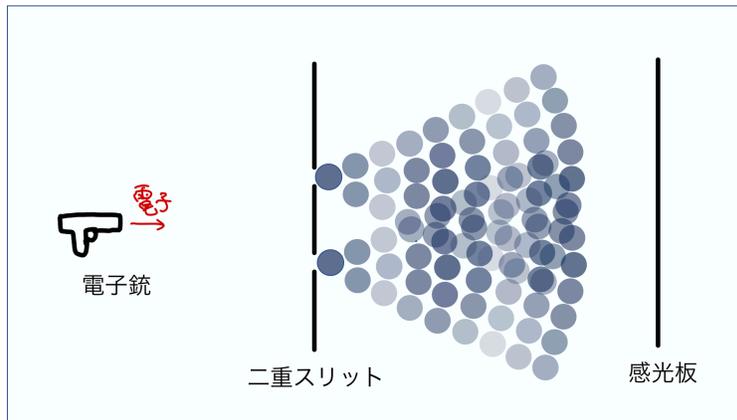


図 8

1.3 重ね合わせ状態の再考

電子の状態 $|\psi\rangle = |\psi_A\rangle + |\psi_B\rangle$ について、詳しく考えよう。

先ほど、重ね合わせ状態の理解に近づくために測定を考えた。状態 $|\psi\rangle$ についても、「穴 A と B のどちらを通るか」を測定することでその理解に近づける。この測定の結果は穴 A を通る確率が $\frac{1^2}{1^2+1^2} = \frac{1}{2}$ 、穴 B を通る確率も $\frac{1}{2}$ となる。つまり状態 $|\psi\rangle$ は A と B をそれぞれ $\frac{1}{2}$ の確率で通る様な状態であると言えるのだ。ただし、この測定結果だけでは重ね合わせ状態 $|\psi\rangle$ を理解したことにはならない。「A と B をそれぞれ $\frac{1}{2}$ の確率で通る状態」は実は $|\psi\rangle$ 以外にもあるからだ。

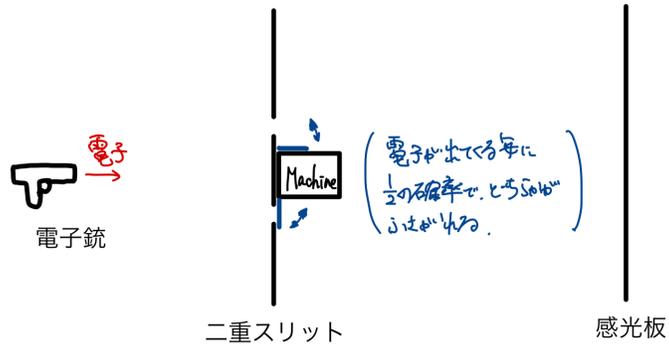


図 9

例えば、電子を打つ毎に穴 A と B のどちらかを $\frac{1}{2}$ の確率で塞ぐ機械を二重スリットに取り付けて実験を行うとする (図 9)。実験者が機械がどちらを塞いでいるのかわからなければ、打ち出された電子は「A と B をそれぞれ $\frac{1}{2}$ の確率で通る状態」にあると言える。しかし、この状態は先ほどの重ね合わせ状態 $|\psi\rangle$ とは全く別物である。この状態では、電子は実際には状態 $|\psi_A\rangle$ か $|\psi_B\rangle$ のいずれかにあるのだが、実験者の知識不足によってそれがどちらにあるのかわからず、「電子が実は A を通っている確率」と「B を通っている確率」がどちらも $\frac{1}{2}$ になっている (図 10)。この状態のことを今後 ρ_{dec} などと書く。状態 ρ_{dec} が重ね合わせ状態 $|\psi\rangle$ と異なることは、実験結果からも確かめられる。電子が ρ_{dec} の状態の時は、感光板が図 2 の様になり、重ね合わせ状態 $|\psi\rangle$ の時の結果図 4 とは異なるのだ。この ρ_{dec} の様な状態を古典的な確率混合状態などと呼ぶ。



図 10

1.4 デコヒーレンス

これまでの考察から、電子の二重スリット実験で干渉縞が見られるのは、状態の重ね合わせという量子力学特有の性質があるからこそであるとわかる。($|\psi_A\rangle$ と $|\psi_B\rangle$ の重ね合わせのない古典確率混合状態 ρ_{dec} は干渉縞がなかった。) 実は、この重ね合わせ状態 $|\psi\rangle = |\psi_A\rangle + |\psi_B\rangle$ は、外部の環境との相互作用の影響で壊されてしまうことがある。例えば、図 1 の実験で二重スリット付近に気体分子などが充満していたとする。この場合、状態 $|\psi\rangle$ は浮遊している気体分子にぶつかれそれを散乱する (= 外部との相互作用) ことで、状態 ρ_{dec} に近づく^{7,8}。この様な、重ね合わせの性質が失われる現象をデコヒーレンスと呼ぶ。⁹

⁶密度行列が既知事項である人に対しては、以下の様にも説明できる。状態 $|\psi_A\rangle$ と $|\psi_B\rangle$ は直交状態であるので、重ね合わせ状態 $|\psi\rangle$ の元々の密度行列は $\begin{pmatrix} |\psi_A\rangle\langle\psi_A| & |\psi_A\rangle\langle\psi_B| \\ |\psi_B\rangle\langle\psi_A| & |\psi_B\rangle\langle\psi_B| \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ となる。一方、古典的な確率混合状態 ρ_{dec} の密度行列は $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ となる。この二つの状態は、非対角項 (対角項の状態動詞の重ね合わせの大きさを表す項であることからコヒーレント項などとも言う。) の有無が異なる。

⁷この例は参考文献 [3] に記載されているが、実験でこれを確かめた報告を確認することはできなかった。おそらく、これは思考実験である。

(以下、言い訳の色が強い補足) : 粒子どうしが弾性散乱すると、位置の固有状態についてデコヒーレンスが起ること自体はよく知られている (参考文献 [4] など)。ただし、このように電子に反跳がなく重ね合わせの性質のみが損なわれるような散乱の仕方をするのは、電子に比べて浮遊気体分子の質量が十小さい場合である。電子は非常に軽い、光子気体であれば質量がないのでこの条件に反さない。光子気体に粒子を入射した場合のデコヒーレンス速度 (重ね合わせが減衰する速度) の理論的な計算は参考文献 [5] などで行なわれている。この計算によると、デコヒーレンス速度は粒子の大きさだけでなく温度にも依存し、高温ほどデコヒーレンス速度が速くなることが知られている。(また、デコヒーレンス速度は重ね合わせしている固有状態間の距離の二乗に反比例する。) 値を代入してやると、常識的な温度の範囲では、光子気体によって電子の重ね合わせ状態はほとんど損なわれない (従って干渉縞が消えることはおろか、ほとんど弱まることもない)。にもかかわらずここでこのような書き方をしているのは、(1) この説明は原理的には間違っていないから。(2) 「デコヒーレンスが外部との相互作用によって起こる」というイメージを持ってもらうためにこれ以上にシンプルでわかりやすいデコヒーレンスの例を見つけられなかったからである。(1)……小さくても、散乱でデコヒーレンスが起ること自体は事実である。また、デコヒーレンスの効果をより大きくしたければ、よりサイズの大きい粒子を用いて二重スリット実験を行えばいい。あるいは、散乱粒子を光子気体ではなく一般的な気体にした場合には、十分質量の大きな粒子で二重スリット実験を行えばいい。ただしその場合は散乱がない場合の干渉縞の出方も電子の場合とは異なる。(2)……光子気体のことをあえてぼやかして単に気体と書いたのもわかりやすさのためである。二重スリットのデコヒーレンスの説明ではよく「A,B どちらを通るか観測すると、デコヒーレンスを起こす」というような説明がなされるが、それは初学者には伝わりづらいと思ったのでしたくなかった。そもそも観測はデコヒーレンスの必要条件ではない上に、この説明では観測の方法が全くブラックボックスで、外系と相互作用するというイメージを持ってないからだ。かと言って実際の検出方法を説明すれば良いかというところではなく、電子の観測 (検出) 方法として代表的な電子検出器では電子の状態を大きく変化させてしまう。量子消しゴムの実験や、Scully, Walther, Englert の思考実験では、うまくデコヒーレンスさせることができるが、外系との相互作用のイメージはやはり湧きづらい。)

⁸重ね合わせの性質が直ちになくなるわけではなく、時間と共に重ね合わせが減衰するということである。つまり状態 ρ_{dec} に近づくということ。密度行列が既知の人は、非対角項 (コヒーレント項) が 0 に向かって減衰することだと考えれば良い。

⁹デコヒーレンスという現象を厳密性、一般性のもと高い形で定義すると次の様になる。

「ある指定された直交状態のセットの間の干渉項が 0 に向かい減衰すること。」

「指定された直交状態のセット」がどう言う状態のセットであるかについては参考文献 [3] に詳しく書いてある。この「指定された直交状態のセット」を基底として密度行列を書くと、その非対角項は時間が経つと 0 に向かい減衰する。

2 デコヒーレンスの普遍

2.1 身近なデコヒーレンスの例

私たちが日常生活において重ね合わせ状態にあるものを見かけたり、重ね合わせ状態特有の性質を実感したことがないのは、私たちの身の回りのもののほとんどが、外部の環境と相互作用をしてデコヒーレンスをしているからである。この節では、デコヒーレンスがあらゆるところで起こっていることを実感してもらいたい。¹⁰

私たちの日常環境は様々な気体分子、電磁波や放射線などであふれている。それらが注目系に当たって散乱することは注目系と外系（気体分子、電磁波、放射線など）の相互作用と言い換えることができる。この相互作用によって、マクロに見て異なる状態¹¹の間の重ね合わせが失われ、デコヒーレンスが起る¹²。空気中のものはもちろん、真空中であっても、また周りを壁などで囲われていても電磁波や放射線の中にはそれを透過するものがあるので、デコヒーレンスは起るのである。デコヒーレンスがイメージしやすい例として、霧箱がある。霧箱は入射したアルファ線などの荷電粒子（注目系）と気体分子（外系）が相互作用することによって、気体分子がイオン化し、それを核として凝結が起こって飛跡がわかる。荷電粒子の状態が、もともとは位置や速度の異なる状態の重ね合わせ状態であったとしても、気体分子との相互作用によってそれがデコヒーレンスし、位置や速度が定まった状態になっているのだ。¹³

2.2 デコヒーレンスと量子コンピュータ

量子コンピュータなど、量子力学特有の性質である状態の重ね合わせを使って様々な処理を行うデバイスを作る場合、デコヒーレンスが起りづらい系を使う必要がある。しかし前節で述べたように、私たちの身の回りのものはほとんどが簡単にデコヒーレンスを起こしてしまう。このことが、量子コンピュータの実装を困難にしている根本的な原因であるとも言える。

この困難さについてももう少し詳しく見ていこう。デコヒーレンスを防ぐのはもちろん大変なのだが、実は、それが起りにくいような系を作ること自体は不可能ではない。デコヒーレンスが起りづらいような性質を持つものは世の中に存在するし、さらにその原因となる外系との相互作用を断つことで、デコヒーレンスがかなり起りづらい系を作ることができる。しかし、量子コンピュータが真の意味で「使える」ようになるには、デコヒーレンスを防ぐという条件以外にも、さらに以下の三つの条件などを満たす必要があるのだ。

¹⁰具体的に物理系のモデルを立てて計算し、デコヒーレンスが起ることを確認する研究も行われてきた。参考文献 [4]4章などを参照。

¹¹例えばあるものが地点 A にある状態とそこから 10cm 離れた地点 B にある状態はマクロにみて異なる。この、「マクロに見て異なる状態の重ね合わせはデコヒーレンスによって減衰する」と言う事実を使うと、有名なシュレディンガーの猫のパラドックスを解決することができる。猫が死んでいる状態と生きている状態はマクロにみて異なるので、その重ね合わせは（いくら猫が入っている入れ物を密閉しても外部との相互作用は免れず）減衰するのだ。その結果、猫は「生と死の重ね合わせ状態」から、「生と死の確率混合状態」へデコヒーレンスする。

¹²さらに、有限温度のものからは一般に、熱輻射によって電磁波が放射される。

¹³位置と速度が完全に定まった状態は量子力学の体系からしてあり得ないので、それぞれがある程度定まった状態になっているということである。

実装する系に関する三条件

- スケール可能性：系のサイズを大きくできるということ^a
- 万能演算：任意の演算を行えること
- 訂正可能性：デコヒーレンスやその他のノイズによって生じたエラーを訂正できること

^a（注）通常計算機ではビットを使って数値を表し計算を行う。当然桁数の大きい数値計算を行う場合には大量のビットが必要になる。量子コンピュータでも量子のビットみたいなものがあり、複雑な計算のためには大量のビットが必要になる。そのため、少量の量子ビットを用意するのに、たくさんの実験器具が必要だったり大変な長い時間がかかったりすると、そのような複雑な計算をすることは望めない。サイズを大きくすることが可能であるには、できるだけ「簡単に」1つの量子ビットを用意できなければいけないのだ。

一般に、これらの条件とデコヒーレンスを防ぐ条件を両立させるのはとても難しい。デコヒーレンスの起きづらい系を制御するには多くの技術を使う必要があるし（スケール可能性との対立）、そのような特別な系に対して操作を行うのは容易ではない（万能演算との対立）。また、デコヒーレンスが起きないようにするには外部との相互作用を断つ必要があるが、間違いを見つけてそれを読み出し、正しい状態になるように調整するには外部と結合すること（外部からの測定、操作）が必要になる（訂正可能性との対立）。

これらの条件を全て完全に満足する理想的な量子コンピュータは未だ作られていないが、研究開発は盛んに行われている。現在、世界中の多くの大学・研究所・企業で、これらの条件の両立が望めそうな様々なもので量子コンピュータを実装する研究が並行して行われている。以下では、その例を二つだけ簡単に紹介する。（この他にも多くの有望な例がある。）

2.2.1 光量子コンピュータ

光量子コンピュータではレーザー光を通常のコンピュータのビットのように使う¹⁴。適切に作成された光回路にレーザー光を入射し（入力）、出てきた光を測定器で測って（出力）計算を行う。光回路は、鏡やレンズ、ガラスや半透板などの光を操れるものからなっていて、それらを適切に配置されています。

光は室温、大気中でもデコヒーレンスしづらい珍しい系である。（ヤングの干渉実験でも、室温大気中で重ね合わせの性質を保っていた）その一方で、光回路の実装には大きなスペースが必要となってしまう。また、光同士が相互作用しづらいため、二つの光線を入力とするような演算を正確に実現することが難しいという欠点もある。

2.2.2 超伝導量子ビット

超伝導量子ビットの量子コンピュータでは、ジョセフソン接合素子というものを量子ビットとして用いている。ジョセフソン接合素子は超伝体を薄い絶縁体で挟んだようなものであり、熱によるノイズをカットすればビットとして使えるようになっている。熱のノイズをカットするには0.02K

¹⁴別の実装方法もある（GKP方式）がここでは触れていない。

という極低温にまで素子を冷やす必要がある。(超伝導体は金属を数十 K 程度以下の低温にまで冷やしたものののだが、これは熱ノイズのカットのための冷却によって十分達成される。)

超伝導量子ビットは、現在最も注目されている系と言ってもよい。上記のジョセフソン接合素子を冷却したものはデコヒーレンスしづらい量子ビットになっている上、一つ一つの素子がとても小さいのでコンパクトにまとめやすい。その一方で、大量の量子ビットをできるだけ正確に制御、測定するのは難しく、その方法は未だ模索中である。

References

- [1] 清水明, 新版 量子論の基礎 その本質のやさしい理解のために, サイエンス社 (2004).
- [2] R.J.Glauber, Quantum Theory of Optical Coherence: Selected Papers and Lectures, Wiley-VCH, (2007).
- [3] B.Guido, The Role of Decoherence in Quantum Mechanics, The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2020 Edition), Edward N. Zalta (ed.), forthcoming URL = <https://plato.stanford.edu/archives/fall2020/entries/qm-decoherence/>
- [4] H.-P.Breuer and F.Petruccione, The Theory of open quantum system chap.3 & 4, Oxford University Press (2006).
- [5] E. Joos and H.D. Zeh, The Emergence of classical properties through interaction with the environment, Z.Phys.B 59 223-243 (1985)
- [6] T.Wessel-Berg, Electromagnetic and Quantum Measurements (A Bitemporal Neoclassical Theory), Springer US (2001).
- [7] T.D.Ladd et.al Quantum Computers, Nature 464, 45-53 (2010)
- [8] M.H.Devoret et.al "Superconducting qubits: A short review", arXiv:cond-mat/0411174 (2004).