

アクティブ乱流

Physics Lab. 2021 アクティブマター班

澤 征都、永山 龍那

2021 年 5 月 14 日

1 はじめに

アクティブマター班では、「アクティブ乱流」、「swarming (スウォーミング)」の二種類の実験を行いました。この解説 PDF では、「アクティブ乱流」について解説します。「swarming」については[こちら](#)をご覧ください。

2 アクティブ乱流とは

バクテリアなどの自分で動く粒子を液体に入れた上で濃縮して「密」な状態にすると、通常の乱流のような乱れた流れが生じます。これをアクティブ乱流（特にバクテリアの場合はバクテリア乱流）といいます。

アクティブ乱流の中では、細長いバクテリアたちは互いに向きを揃えようとします。これはいくつかのバリエーションはあるものの、アクティブマターに共通する相互作用です。一方、個々のバクテリアが泳いで周囲の液体をかき混ぜることでバクテリアの周りの液体に流れが生じます。この流れによって、バクテリアたちが向きを揃えにくくなります。この二つの相反する作用により、近くではバクテリアが向きを揃えるものの、少し離れると向きがバラバラになり、乱流のような流れが見えるようになります。

通常の乱流はレイノルズ数 Re （流れの典型的な長さ L 、速さ V 、流体の密度 ρ 、粘性係数 μ として、 $Re := \frac{\rho LV}{\mu}$ として定義される量）が大きい流れですが、アクティブ乱流は、 μ が大きいわけではないが L , V が小さいためレイノルズ数の小さい流れです。

アクティブマター班では、このアクティブ乱流を実際に作って観察しました。

3 実験方法

実験には、枯草菌というバクテリアを用います（図 1）。実験は次のような流れで行いました。

1. 枯草菌（1085 株、DK400 株）を培養液に入れ、37°C で数時間揺らしながら培養する。
2. その後室温で揺らしながら放置する。
3. 十分育ったら、少し（1200～1400 mL 程度）取って遠心分離機にかける（200 rpm で 2 分ほど）。
4. 枯草菌が沈殿するので、上澄み液を取り除いて 30 倍程度に濃縮する（このとき指で弾くなどして空気を送り込み、バクテリアが酸欠にならないようにする）。
5. この枯草菌を濃縮した液を、二枚のスライドガラスで挟んで顕微鏡（10 倍）で観察・撮影する。



図1 枯草菌（1085 株）の様子（十分育ったものを顕微鏡を用いて 100 倍で撮影）

4 解析

4.1 速度場

得られた動画からアクティブ乱流の速度場を調べます。速度場を調べるには、PIVlab[3] という MATLAB アプリを用いました。PIVlab は、PIV (Particle Image Velocimetry, 粒子画像流速測定法) という手法を簡単に実行できる MATLAB アプリです。PIVlab では動画をメッシュに区切り、各メッシュごとにメッシュ内に映っているものが次のフレームでどこに移動しているかを調べることで速度場を求めています。

4.2 エネルギースペクトル

得られた速度場からエネルギースペクトル（エネルギーの波数依存性）を求めます（以下の計算は Python を用いて行いました）。

まず、速度場 $(v_x(x, y), v_y(x, y))$ をフーリエ変換します（フーリエ変換した速度を $(\tilde{v}_x(k_x, k_y), \tilde{v}_y(k_x, k_y))$ と書きます）。次に、これを用いて

$$E(k_x, k_y) = \tilde{v}_x \tilde{v}_x^* + \tilde{v}_y \tilde{v}_y^* \quad (1)$$

を求めます（ただし * は複素共役を表します）。実際にエネルギーにするには質量に対応する量をかけるなどする必要がありますが、ここでは比例定数は無視しています。これを $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = \text{const.}$ 上で平均をとることで、エネルギースペクトル $E(k)$ が得られます（実際の計算においては、同じ k を与える (k_x, k_y) に関して $E(k_x, k_y)$ の平均をとっています）^{*1}。

注意すべき点として、実際のアクティブ乱流は 3 次元系ですが、PIV によって得られる速度場は 2 次元であること（画面に垂直な方向の速度が得られないこと）が挙げられます。このため、上で求めたエネルギース

^{*1} これは速度相関関数 $\langle \mathbf{v}(\mathbf{r}_0) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}) \rangle$ のフーリエ変換と等価です ([2])

ペクトルは3次元的に計算したエネルギースペクトルとは異なります（が、撮影した動画から3次元的に計算するのは不可能なので、とりあえずこの2次元的なエネルギースペクトルを調べることにします）。

5 結果

実験により得られた動画は[こちら](#)です（この動画の1フレームを図2に示しています）。この動画は1085株によるものです。このように、バクテリアを濃縮することで不規則で大きな流れ（＝アクティブ乱流）が生じることがわかります。

この動画から速度場を調べた結果が[こちら](#)です（この動画の1フレームを図3に示しています）。元のアクティブ乱流の動画の上に解析で得られた速度場を矢印で表示しています*2。速度を表す矢印を見ると、確かに狭い範囲では向きが揃っているものの、全体的には進んでいる方向がバラバラになっていることがわかります。

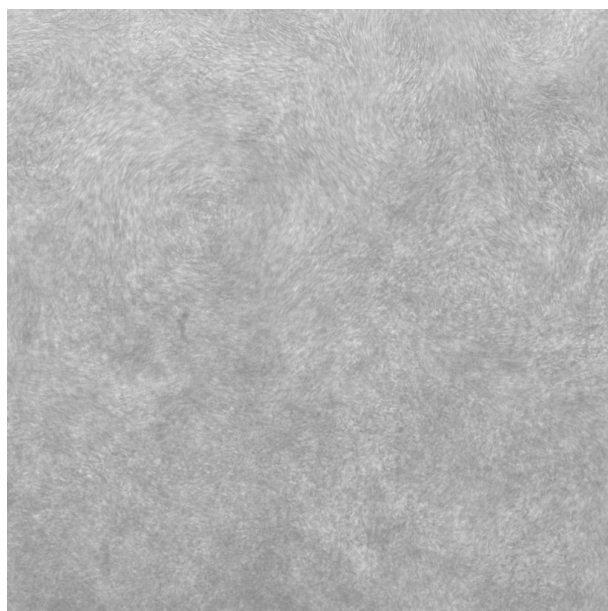


図2 バクテリア乱流（1085株）の様子（リンク先の動画の1フレーム）

6 考察

結果で示した動画と他の動画を用いて調べた速度場を用いて、4節で述べたようにエネルギースペクトルを求めると図4, 5のようになりました。図4では3つの動画に関してエネルギースペクトルを誤差付きで表示しています。また、図5ではこれに加えて同じ系を異なる時間で切り取って解析したものと、比較のため swarming 実験の動画について同様に解析した結果も示しています。速度の較正（画面上でのピクセル数と実際の長さの対応づけなど）をしておらず、また4.2節で述べたとおり、エネルギーについて比例定数を無視しているので、横軸縦軸共に具体的な単位を示していません。正しく単位をつけたり定数倍分の補正を行って

*2 緑と橙の二色の矢印がありますが、緑の矢印はその点での PIV で求めた速度そのもの、橙の矢印は PIV の結果速さが大きすぎるものを消去して補間したものです。

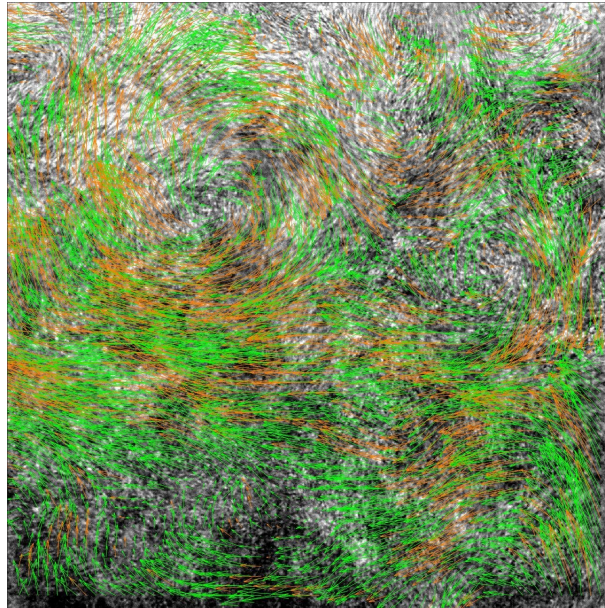


図3 バクテリア乱流（1085 株）の動画の PIV の結果（リンク先の動画の 1 フレーム）

も、このグラフ（両対数グラフ）の概形（傾きなど）は変わりません。ただし、補正のされ方が動画によって異なる（特に swarming の動画は顕微鏡の倍率が異なる）ので、動画間の比較はできません。

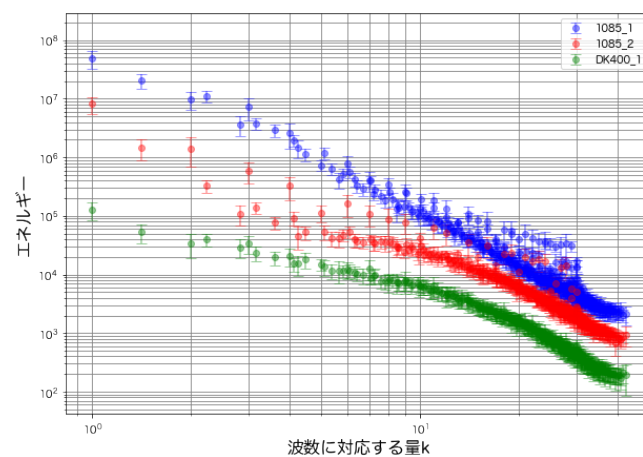


図4 1085_1（結果で示した動画），1085_2（別の 1085 株の動画），DK400_1（育ちすぎて元気のない DK400 株）のエネルギースペクトル（誤差付き）

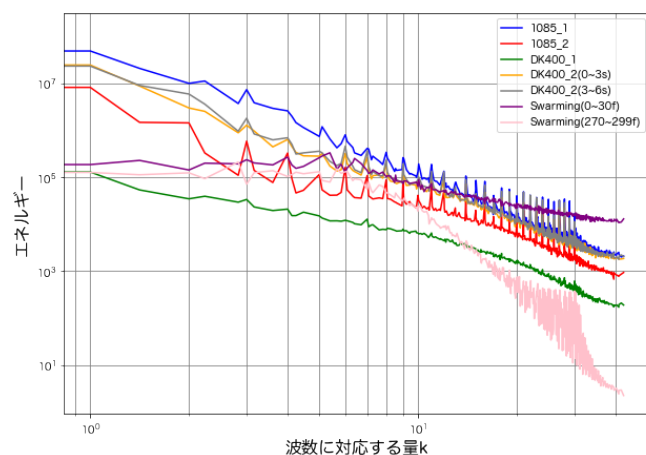


図 5 1085_1, 1085_2, DK400_1 (ここまで図 4 と同じ), DK400_2(0~3s) (元気な DK400 株の動画の最初 30 フレーム), DK400_2(3~6s) (DK400_2(0~3s) と同じ動画の次の 30 フレーム), swarming(0~30f) (swarming の動画の最初 30 フレーム), swarming(270~299f) (同じ動画の別の 30 フレーム) のエネルギースペクトル (誤差なし)

図 6, 7 は、このグラフを用いて両対数グラフにおける傾き (= エネルギーが波数 k の冪乗に比例すると仮定したときの指数) を求めた結果です。 k から先 100 点分のデータを用いて傾きを求めています。

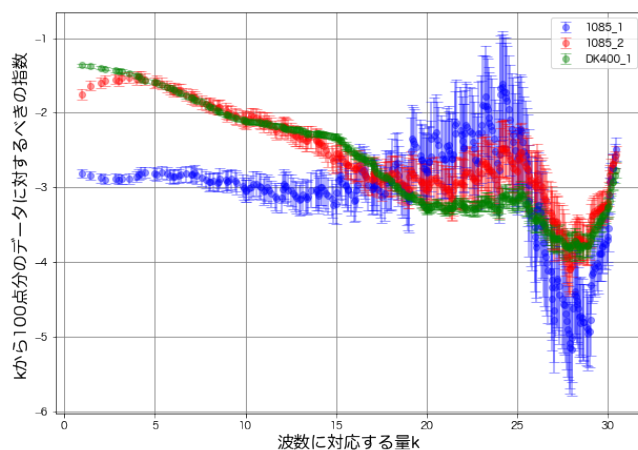


図 6 図 4 から求めた冪指数

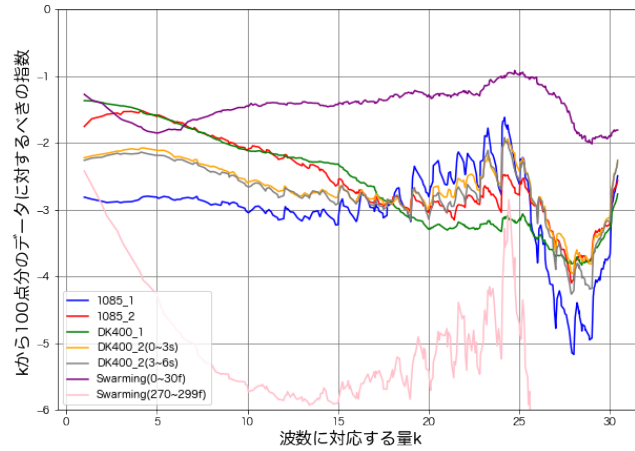


図 7 図 5 から求めた冪指数

これらの結果を見ると、swarming(270~299f)を除いた全てのエネルギースペクトルが（ある波数領域で）直線上に乗っているように見えるので、エネルギーが波数の冪乗に比例していることがわかりました。また、グラフの形状は swarming を除いてほとんど一致しており、使用した枯草菌の種類や多少の元気さの違い、切り取った時間にはよらないことがわかりました（逆に swarming はそのようになっていません）。エネルギースペクトルのべき指数は -3 程度であり、swarming はそこから少しずれた結果になりました（さらに時間によってずれ方が異なります）。

通常の乱流では、エネルギースペクトルはある領域で

$$E(k) \propto k^{-5/3} \quad (2)$$

となることが知られています（Kolmogorov の $5/3$ 乗則）。そのため通常の乱流と同じようなスケーリング則を満たすものの、その指数は異なることがわかります。[2] の実験結果のべきの指数は -3 程度となっており、今回の結果とおおよそ一致しています。

また、図 5 などを細かく見ると k が整数になるところでエネルギーの「飛び」が見られることがわかります。この「飛び」の詳細な原因はわかりませんが、次のようなことが考えられます。解析のとき、計算にかかる時間があまりにも長くないように速度場を得る際のメッシュ数を決めましたが、このメッシュ数が小さいためにフーリエ変換後のメッシュ数も小さくなったことが問題の原因である可能性があります。実際、メッシュ数を増やして計算してみると、エネルギースペクトルそのものは全体的に大きくなりますが、今回問題になっている「飛び」は相対的に小さくなりました。なぜ k が整数になるところで「飛び」が見られるかについては、 k が整数になるようなものは k_x か k_y の一方が 0 になるものを含むためだと考えられます。実際の系では x, y 方向は特殊ではないですが、フーリエ変換を数値的に行うときには x, y 方向を決めており、これにより軸方向の特殊性が生じています。先ほどの理由により、この軸方向の特殊性と整数の k で「飛び」が生じることが関係していると考えられます。

7 まとめ

この記事ではアクティブ乱流の概要について解説し、実際にアクティブ乱流の作成・観察を行いました。また、その動画から速度場を解析して（2次元的な）エネルギースペクトルを調べました。その結果、通常の乱流のようにスケーリング領域が現れたものの、べきの指数は通常の乱流とは異なることがわかりました。しかし、アクティブ乱流に関する先行研究の結果とはおおそ一致しました。またこの振る舞いは普遍的で、枯草菌の種類や解析に用いた時間によらないこともわかりました。

8 謝辞

本実験は東京大学大学院理学系研究科物理学専攻 竹内研究室の協力のもと行われました。この場で改めてお礼を申し上げます。

参考文献

- [1] Thampi, S., & Yeomans, J. (2016). Active turbulence in active nematics. *The European Physical Journal Special Topics*, 225(4), 651-662.
- [2] Liu, Z., Zeng, W., Ma, X., & Cheng, X. (2020). Density Fluctuations and Energy Spectra of 3D Bacterial Suspensions. *arXiv preprint arXiv:2012.13680*.
- [3] Thielicke, W. and Stamhuis, E.J. (2014). PIVlab – Towards User-friendly, Affordable and Accurate Digital Particle Image Velocimetry in MATLAB. *Journal of Open Research Software* 2(1):e30, DOI: <http://dx.doi.org/10.5334/jors.bl>