

局所実在論の破れ

量子物理学班 (文責：樋口一輝)

2021 年 5 月 11 日

1. はじめに

ここでは, entangled 状態を紹介し, その特別な場合に Clauser-Horne-Shimony-Holt (CHSH) 不等式が量子論の枠組みの中で破られるということを述べる. さらに, 実際の実験においても Bell の不等式の破れが観測されているということを述べて, 局所実在論には限界があることを述べる.

2. 合成系の状態と entanglement

以下では, 合成系について考えるので, 初めに, 合成系の取り扱い方を確認する.

2 つの量子系 A, B を考えて, それぞれの Hilbert 空間が $\mathbf{H}_A, \mathbf{H}_B$ であるとする. $\mathbf{H}_A$ の正規直交基底を $\{|\psi_i\rangle\}$, $\mathbf{H}_B$ の正規直交基底を $\{|\phi_j\rangle\}$ とかくことにする. $\mathbf{H}_A$ の状態が $|\psi_i\rangle$, $\mathbf{H}_B$ の状態が $|\phi_j\rangle$ である時, 合成系 AB の状態はテンソル積^{*1}で, $|\psi_i\rangle \otimes |\phi_j\rangle$, あるいは, $|\psi_i\rangle |\phi_j\rangle$, $|\psi_i \phi_j\rangle$ とかく. あるいは, $|\psi_i\rangle_A |\phi_j\rangle_B$ などと A, B を明示する場合もある. ここで, $\{|\psi_i\rangle |\phi_j\rangle\}$ は合成系の Hilbert 空間の基底である. 実際,

$$\langle \psi_{i'} | \langle \phi_{j'} | \psi_i \rangle |\phi_j\rangle = \delta_{ii'} \delta_{jj'} \quad (1)$$

と定義すると, これは正規直交基底となる.

一般に合成系の状態ベクトルは, 複素数 c_{ij} に対し,

$$\sum_{ij} c_{ij} |\psi_i\rangle |\phi_j\rangle \quad (2)$$

とかける. 特に, 系 A の状態が $|\psi\rangle = \sum_i a_i |\psi_i\rangle$, 系 B の状態が $|\phi\rangle = \sum_j b_j |\phi_j\rangle$ と書ける時,

$$|\psi\rangle |\phi\rangle = \sum_{ij} a_i b_j |\psi_i\rangle |\phi_j\rangle. \quad (3)$$

この様に, 合成系の状態が部分系の状態の積で書かれているとき, 合成系の状態は積状態であるという. 合成系の状態が純粋状態である場合は, 積状態のことを separable 状態ともいう. そして, separable でない状態を entangled 状態という. 例えば, $\sum_i c_i |\psi_i\rangle |\phi_i\rangle$ ^{*2} は, (3) の例と同じ様に考えると, 積の形にかけていない.

系 A の演算子は $\hat{A} = \sum_{ij} \alpha_{ij} |\psi_i\rangle \langle \psi_j|$, 系 B の演算子は $\hat{B} = \sum_{mn} \beta_{mn} |\phi_m\rangle \langle \phi_n|$ と書ける. これらのテンソル積を,

$$\begin{aligned} \hat{A} \otimes \hat{B} &= \sum_{ijmn} \alpha_{ij} \beta_{mn} |\psi_i\rangle \langle \psi_j| \otimes |\phi_m\rangle \langle \phi_n| \\ &= \sum_{ijmn} \alpha_{ij} \beta_{mn} |\psi_i\rangle |\phi_j\rangle \langle \psi_j| \langle \phi_n| \end{aligned} \quad (4)$$

と定義すると, これが合成系 AB の演算子であることがわかる.

先に, entangled 状態 (separable でない状態) について述べたが, 次にその具体例として有名な Bell 状態 (EPR^{*3} 状態) を紹介する. qubit^{*4} $|0\rangle, |1\rangle$ と, それらからなる 2-qubit 系を考える. 2-qubit 系の 4 次元 Hilbert 空間の正規

^{*1} テンソル積が一体何か分からない方は, 「適当な前提の下に, A の状態を表す $|\psi_i\rangle$ と B の状態を表す $|\phi_j\rangle$ を並べると, 合成系 AB の状態を表せる.」という風に読み進めると良いと思われる.

^{*2} $c_i \neq 0$ となる i が 2 つ以上あるとする.

^{*3} Einstein-Podolsky-Rosen の頭文字.

^{*4} 2 準位系. 顕に書けば, $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

直交基底は例えば,

$$\{|0\rangle|0\rangle, |0\rangle|1\rangle, |1\rangle|0\rangle, |1\rangle|1\rangle\} \quad (5)$$

ととれる. そこで,

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|1\rangle - |1\rangle|0\rangle) \quad (6)$$

を考えると, (3) のように積の形には書き表せないで, entangled 状態だとわかる. 今, A と B のそれぞれの qubit に対し, $|0\rangle$ か $|1\rangle$ かを決める測定を行ったとすると, A の測定結果が $|0\rangle$ なら B の測定結果は $|1\rangle$, B の測定結果が $|0\rangle$ なら A の測定結果は $|1\rangle$ となる. これが重ね合わされていて, 量子相関を持っている. つまり, 別のどの基底で測定を行っても, 今述べたのと同様に相関があるのだ. 例えば, $|0\rangle$ と $|1\rangle$ を θ だけ回転させた正規直交基底

$$|\theta\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle \quad (7)$$

$$|\theta_\perp\rangle = -\sin \frac{\theta}{2} |0\rangle + \cos \frac{\theta}{2} |1\rangle \quad (8)$$

を考えると, 簡単な計算により,

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|1\rangle - |1\rangle|0\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\theta\rangle|\theta_\perp\rangle - |\theta_\perp\rangle|\theta\rangle) \quad (9)$$

とわかる. これもまた entangled 状態である. だから, A と B のそれぞれの qubit に対し, $|\theta\rangle$ か $|\theta_\perp\rangle$ かを決める測定を行ったとすると, $|0\rangle$ と $|1\rangle$ の場合と同様に, やはり相関を持っているのである. このように entangled 状態では異なる基底での測定に対しても相関を持っている.

3. 理論による検証 (Bell テスト)

まずは, Bell テストと呼ばれる実験を紹介し, 特に Bell 状態という entangled 状態で, CHSH 不等式が破られるということを解説する.

初めにスピニングレットを用意する. これは互いにスピン $1/2$ で総スピンの 0 となるペアである. ある地点からこのペアを片方ずつ飛ばして, 2 地点 I と II でそのスピンを測定する. 2 つのスピンをそれぞれ $\vec{\sigma}_1$, $\vec{\sigma}_2$ として, これを単位ベクトルの向き $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で測定する. $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}$ の測定値 $A(\vec{a})$ は ± 1 , $\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}$ の測定値 $B(\vec{b})$ は ± 1 となる. この設定の下で, 相関を考察するのが Bell テストである.

次に計算を実行しよう. 系 I 側を測定する物理量を $\hat{A}(\vec{a})$, 系 II 側を測定する物理量を $\hat{B}(\vec{b})$ とする. これは全系で見ると, 可換な物理量 $\hat{A}(\vec{a}) \otimes \hat{I}_{\text{II}}$ と $\hat{I}_{\text{I}} \otimes \hat{B}(\vec{b})$ の同時測定になっている. 系 I と系 II の合成系の状態を $|\psi\rangle$ とすると, 2 つの測定結果 $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}$, $\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}$ の相関 (積の期待値) は,

$$P(\vec{a}, \vec{b}) = \langle \psi | \left(\hat{A}(\vec{a}) \otimes \hat{I}_{\text{II}} \right) \left(\hat{I}_{\text{I}} \otimes \hat{B}(\vec{b}) \right) | \psi \rangle = \langle \psi | \hat{A}(\vec{a}) \otimes \hat{B}(\vec{b}) | \psi \rangle \quad (10)$$

と表せる.

簡単のために, 例えば, 鉛直上向きを z 軸正の向きとして, xz 平面内の単位ベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を考える. $\vec{a}$ と z 軸のなす角を θ , $\vec{b}$ と z 軸のなす角を ϕ とする. $\vec{a}$ の向きのスピン上向きの状態を $|+\theta\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle$, $\vec{a}$ の向きのスピン下向きの状態を $|-\theta\rangle = -\sin \frac{\theta}{2} |0\rangle + \cos \frac{\theta}{2} |1\rangle$ とする. ただし $|0\rangle, |1\rangle$ はそれぞれ, z 軸方向のスピン上向きと下向きの状態とした. 同様に, $|\pm\phi\rangle$ も定める.

さてここで, スピニングレットは具体的に次の様に書ける.

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_{\text{I}}|1\rangle_{\text{II}} - |1\rangle_{\text{I}}|0\rangle_{\text{II}}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\theta\rangle_{\text{I}}|-\theta\rangle_{\text{II}} - |-\theta\rangle_{\text{I}}|+\theta\rangle_{\text{II}}). \quad (11)$$

これは, $|+\theta\rangle$ が θ 方向のスピン上向きを表し, $|-\theta\rangle$ は θ 方向のスピン下向きを表している. 一方の状態が決まると他方の状態もセットで決まる. また, これは状態 $|+\theta\rangle_{\text{I}}|-\theta\rangle_{\text{II}}$ と $|-\theta\rangle_{\text{I}}|+\theta\rangle_{\text{II}}$ という正反対の状態の重ね合わせ状態である.

ところで、 $\hat{A}(\vec{a}) \otimes \hat{B}(\vec{b})$ を表すと次のようになる。

$$\hat{A}(\vec{a}) \otimes \hat{B}(\vec{b}) = \left(|+\theta\rangle\langle+\theta| - |-\theta\rangle\langle-\theta| \right) \otimes \left(|+\phi\rangle\langle+\phi| - |-\phi\rangle\langle-\phi| \right) \quad (12)$$

$$= \left(|+\theta\rangle\langle+\theta| - |-\theta\rangle\langle-\theta| \right) \otimes \left(\cos(\theta - \phi) \left(|+\theta\rangle\langle+\theta| - |-\theta\rangle\langle-\theta| \right) - \sin(\theta - \phi) \left(|+\theta\rangle\langle-\theta| + |-\theta\rangle\langle+\theta| \right) \right) \quad (13)$$

$$= \cos(\theta - \phi) \left(|+\theta\rangle|+\theta\rangle\langle+\theta|\langle+\theta| + |-\theta\rangle|-\theta\rangle\langle-\theta|\langle-\theta| - |+\theta\rangle|-\theta\rangle\langle+\theta|\langle-\theta| - |-\theta\rangle|+\theta\rangle\langle-\theta|\langle+\theta| \right) \\ - \sin(\theta - \phi) \left(|+\theta\rangle|+\theta\rangle\langle+\theta|\langle-\theta| - |-\theta\rangle|+\theta\rangle\langle-\theta|\langle-\theta| + |+\theta\rangle|-\theta\rangle\langle+\theta|\langle+\theta| - |-\theta\rangle|-\theta\rangle\langle-\theta|\langle+\theta| \right) \quad (14)$$

となる。あとは、相関を計算する。

$$P(\vec{a}, \vec{b}) = \langle \psi | \hat{A}(\vec{a}) \otimes \hat{B}(\vec{b}) | \psi \rangle = -\cos(\theta - \phi) \quad (15)$$

同様の計算を $\vec{a}', \vec{b}'$ についても考える。以上から、 $S = P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{b}') + P(\vec{a}', \vec{b}) + P(\vec{a}', \vec{b}')$ を計算すると、

$$|S| = |-\cos(\theta - \phi) + \cos(\theta - \phi') - \cos(\theta' - \phi) - \cos(\theta' - \phi')| \quad (16)$$

こうして、隠れた変数を用いた定式化と同じ様に $|S|$ を計算することができた^{*5}。例えば、 $\theta = \frac{3\pi}{4}, \phi = \frac{2\pi}{4}, \theta' = \frac{\pi}{4}, \phi' = 0$ とすると、

$$|S| = 2\sqrt{2} \approx 2.8 \quad (19)$$

を得る。局所实在論においては CHSH 不等式 ($|S| \leq 2$) が成立するというのが主張だった。しかし、 $|S| \approx 2.8$ を得たので、量子論では CHSH 不等式が破られることがわかる。

4. 実験による検証

ここからは実験によって実際に Bell の不等式が破られたことが観測された事例を紹介していく。1935 年に EPR 論文が発表された後、様々な論争を生み実験による検証が試みられた。

例えば、1969 年に Clauser らによって発表された論文では、励起原子から放出される光子対の偏光を測定して相関を計算すると、Bell の不等式を破ることが確認できるという手法を提案された [1]。それは、光子進行方向に垂直な向きで、対に共通する方向を基準として測った偏光方向 θ に対して、光子対のパリティが正の時には、

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\theta\rangle_A |\theta\rangle_B + \left| \theta + \frac{\pi}{2} \right\rangle_A \left| \theta + \frac{\pi}{2} \right\rangle_B \right) \quad (20)$$

と書けることから、相関を計算すると分かる^{*6}。

5. 実験における問題点

しかしながら、1970 年代ごろの実験に対して、原理的な問題が 3 つ提唱されていた。それは、(1) 検出器の抜け穴 (2) 局所性の抜け穴 (3) 自由選択の抜け穴 である。それぞれについて以下で説明を述べる。

^{*5} Bell の不等式が破れた原因は量子論特有の干渉効果であることがわかる。それは、

$$P(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2} \left(\langle +\theta | \langle -\theta | - \langle -\theta | \langle +\theta | \right) \left| \hat{A}(\vec{a}) \otimes \hat{B}(\vec{b}) \right| \left(|+\theta\rangle|-\theta\rangle - |-\theta\rangle|+\theta\rangle \right) \quad (17)$$

を計算してでてくる、非対角項の和

$$\frac{1}{2} \left(\langle +\theta | \langle -\theta | \left| \hat{A}(\vec{a}) \otimes \hat{B}(\vec{b}) \right| |-\theta\rangle|+\theta\rangle \right) + \left(\langle -\theta | \langle +\theta | \left| \hat{A}(\vec{a}) \otimes \hat{B}(\vec{b}) \right| |+\theta\rangle|-\theta\rangle \right) = -\sin\theta \sin\phi \quad (18)$$

が原因である。

^{*6} これは (6) と見た目が異なるが、それは発生のメカニズムが異なるから。(3) のようには書けないのでどちらも entangled 状態であることは変わらない。

5.1 検出器の抜け穴

(1) 検出器の抜け穴とは、検出器の検出効率が実験の状況によって変わらないという前提が要請されるという問題である。上述の例では測定したい偏光を持つ粒子を偏光板を用いて高い精度で選別できるのだが、選別された光子が検出器で検出される割合が低かった。つまり、偏光板を通過した光子が検出されなかったとしても、それが光子の偏光の方向が実験の設定で期待された方向ではなかったと結論づけることができないのである。だからこそ、検出されるべき光子全体では Bell の不等式と矛盾しないのに、検出された一部だけをみると矛盾しているように見えるのではないかという主張もなされた。その問題を解決する為に、偏光板がない場合でも測定を行い、偏光板がある時とない時のデータの比をとる方法が導入された。ここでは、偏光板の有無や偏光板の方向と行った実験の状況によって検出器の検出効率が変わらないという前提が暗に導入されている。しかし、それが妥当であるのかは議論の余地がある。そこで、2001 年に Rowe らはおよそ 100% の検出効率があるイオントラップでの実験を行い、この検出器の抜け穴を塞いだ [9]。実験では、entangled 状態の $^9\text{Be}^+$ イオン対をトラップしてレーザーをあてた。すると、たくさんの光子を散乱させる。その測定データから $|S|$ を計算すると、 $|S| = 2.25 \pm 0.03$ と値を求めることができた。例えば、用意した entangled 状態のフィデリティ^{*7}が 88% であつたり、検出に 2% の誤りがあったりしたのだが、それを勘定しても Bell の不等式が破られたことは確認できた。つまり、検出器の検出効率が偏光板の有無といった実験の設定によって変わらないという前提なしに、実験できたのである。

5.2 局所性の抜け穴

(2) 局所性の抜け穴とは、もしも実験装置の設定が光速を超えない速さで、実験のために生成した粒子の性質に影響すると仮定すると、局所性が守られずに Bell の不等式を破る実験結果が得られるのではないかという問題である。そこで、1998 年に Zeilinger らは次のような実験を行った [12]。まずは観測者となる検出器を 400 m 離して配置する。例えば、情報が光速で伝達するとしても検出器間で 1.3 μs の時間がかかる。しかし、測定に際して 75 ns の早さで検出器の前の偏光板の向きを切り替える。つまり、偏光板の設置の仕方という実験装置の設定はおよそ 10^{-7} s の早さで切り替わるが、およそ 10^{-6} s でその情報は検出器に届くので隠れた変数に作用することはあり得ないのである。つまり、局所性が保たれているはずなのに、この実験では $|S| = 2.73 \pm 0.02$ と得られ、Bell の不等式を破った。従って、局所性が保たれていると Bell の不等式を成立させるのが局所实在論だったので、これで局所性の抜け穴も塞がれている。

5.3 自由選択の抜け穴

(3) 自由選択の抜け穴とは、観測者がどの物理量を測定するのか自由に選択できる為に意図的に都合の良い物理量を選択しているのではないかという問題である。例えば、局所实在論では物理量 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を測定するとして、それが隠れた変数 λ の確率分布 ρ に影響を与えない、つまり、 $\rho(\lambda | \vec{a}, \vec{b}) = \rho(\lambda)$ として暗に仮定する。即ち、Bell の不等式を破ることを確認するためには、観測者がどの物理量を測定するか選択することなく、つまりランダムに測定した場合でのデータでもって調べる必要がある。2010 年に Scheidl らは、次の実験を行った [10]。測定する物理量 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ は量子乱数生成機 (QRNGs) によってランダムに選ばれ、また、その選ばれた情報も、光速を超えない速度では観測者に届いて隠れた変数に影響を与えないぐらい装置を離しておく。実験では、1.2 km 以上離されていた。また、局所性の抜け穴にも陥らない為に、検出器どうしも離れて設置された。実験では、2.4 km 離れていた。これも測定の結果から $|S| = 2.37 \pm 0.02$ と得られ、選択の自由性、局所性の抜け穴を塞ぎつつ、Bell の不等式を破るという結果を得た。

^{*7} [8] フィデリティ (fidelity) とは、二つの量子状態がどれだけ似ているかを表す量である。0 から 1 の値 (0–100%) をとり、1 に近づくほど二つの状態が似ていることを表している。二つの状態の距離のような量であるが 1 (100%) に近づくほど似ているという点に注意が必要である。(発展的な註釈) また、[9] では、期待する entangled 状態を $|\psi_2\rangle = 1/\sqrt{2}(|\uparrow\uparrow\rangle - |\downarrow\downarrow\rangle)$ 、実際に得られた状態を密度演算子 ρ を用いて表し、 $F = \langle\psi_2|\rho|\psi_2\rangle$ でフィデリティが定義されている。

6. Loophole-Free 実験

前節では、原理的な 3 つの問題点とその解決策をみた。この節では、3 つの抜け穴を同時に塞いだ実験について述べる。2015 年に Giustina らは、次のようなセットアップで実験した [4]。第一に、検出器の抜け穴を塞ぐ為に超伝導転移端センサー^{*8} (TES) を用いて高い検出効率を実現した。これは、超伝導物質の転移点より極わずかに低温の状態にある素子が光子を吸収し温度上昇した際に、常伝導へ転移して抵抗値が急上昇することを利用して高感度な検出ができる素子である。実験においては、一方 (Alice 側と呼ぶ) ではおよそ 78.6%, 他方 (Bob 側と呼ぶ) ではおよそ 76.2% の検出効率であった。第二に、局所性の抜け穴を塞ぐ為に検出器を含めた実験装置同士は十分に離され、光速を超えない速さでの作用を排除した。第三に、自由選択の抜け穴を塞ぐ為にやはり、ランダムな物理量の測定が行われた。ただし、この実験においては Bell の不等式の内、CHSH 不等式ではなく、次の Clauser-Horne-Eberhard (CH-E) 型不等式^{*9}が破られることを確認した。

$$J \equiv p_{++}(a_1, b_1) - p_{+0}(a_1, b_2) - p_{0+}(a_2, b_1) - p_{++}(a_2, b_2) \leq 0. \quad (21)$$

これは、検出効率が 2/3 以上の時に局所实在論において成り立つ^{*10}。CHSH 不等式がスピニングレットを考えた時に破れたように、CH-E 型不等式は、次の Eberhard 状態を考えると破れることがわかる^{*11}。

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+r^2}}(|V\rangle_A |H\rangle_B + r |H\rangle_A |V\rangle_B). \quad (22)$$

ただし、H は水平偏光 (horizontal) を V は垂直偏光 (vertical) を表している^{*12}。このセットアップ^{*13}の下で、パラメタ r, a, b などの値を決めて測定すると、 $J = 7.27 \times 10^{-6} > 0$ が得られた。すなわち、 $J \leq 0$ を破った。また、 p 値を計算すると^{*14}、 $p = 3.74 \times 10^{-31}$ と非常に小さい値を得た。従って、この実験によって Bell の不等式が破れていると強く主張された。

7. まとめ

以上によって、古典实在論の枠組みでは成立していた Bell の不等式を破る現象が、量子論の枠組みにはあることが明らかになった。つまり、自然現象の中には局所实在論では記述できず、量子論の記述が求められる現象があるということだ。

参考文献

- [1] Clauser, J. F., Home, M. A., Shimony, A., & Holt, R. A. (1969). Experimental Tests of Local Hidden-Variable Theories. *Physical Review Letters*, 23(15), 880–884.
- [2] Clauser, J. F., & Home, M. A. (1974). Experimental consequences of objective local theories. *Physical Review Letters*, 10(2), 526–535.
- [3] Eberhard, P. H. (1993). Background level and counter efficiencies required for a loophole-free Einstein-Podolsky-Rosen experiment. *Physical Review Letters*, 47(2), R747–R750.

^{*8} [7] を参照のこと。

^{*9} この不等式は検出器の抜け穴で紹介した検出器の検出効率が変わらない (公正抽出) の仮定をしない場合の Bell の不等式と言える。詳しい導出などは、[2], [3], [6], [11] を参照のこと。

^{*10} 添字の + は検出されたことを、0 は検出されなかったことを表す。 a と b は測定する物理量 (偏光の方向) を表し、添字で場合を区別している。例えば、 $p_{+0}(a_1 b_2)$ は設定として a_1, b_2 を選び、Alice 側で検出されて、Bob 側で検出されなかった確率を表している。

^{*11} [3] を参照のこと。

^{*12} $r = 0$ とすると積状態、 $r = -1$ とするとスピニングレットと同じ表式で最大 entangled 状態であることがわかる。

^{*13} 理論上必要な検出効率が保証されたセットアップになっていることに注意する。

^{*14} [5] を参照。

- [4] Giustina, M., Versteegh, M. A. M., Wengerowsky, S., Handsteiner, J., Hochrainer, A., Phelan, K., et al. (2015). Significant-Loophole-Free Test of Bell’s Theorem with Entangled Photons. *Physical Review Letters*, 115(25), 250401–1–250401–7.
- [5] Giustina, M., Versteegh, M. A. M., Wengerowsky, S., Handsteiner, J., Hochrainer, A., Phelan, K., et al. (2015). Supplemental Material: Significant-Loophole-Free Test of Bell’s Theorem with Entangled Photons. https://journals.aps.org/prl/supplemental/10.1103/PhysRevLett.115.250401/Supplemental_material_final.pdf.
- [6] Kofler, Johannes., Ramelow, S., Giustina, M., & Zeilinger, A. (2013). On ‘Bell violation using entangled photons without the fair-sampling assumption’. <https://arxiv.org/pdf/1307.6475.pdf>.
- [7] Lita, A. E., Miller, A. J., & Nam, S. W. (2008). Counting near-infrared single-photons with 95% efficiency. *Optical Society of America*, 16(5), 3032–3040.
- [8] Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2000). *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press.
- [9] Rowe, M. A., Kielpinski, D., Meyer, V., Sackett, C. A., Itano, W. M., Monroe, C., et al. (2001). Experimental violation of a Bell’s inequality with efficient detection. *Nature*, 409, 791–794.
- [10] Scheidl, T., Ursin, R., Kofler, J., Ramelow, S., Ma, X. S., Herbst, T., et al. (2010). Violation of local realism with freedom of choice. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 107(46), 19708–19713.
- [11] Titova, M., & Khrennikov, A. (2014). Modeling the Eberhard inequality based tests. <https://arxiv.org/pdf/1410.6888.pdf>
- [12] Weihs, G., Jennewein, T., Simon, C., Weinfurter, H., & Zeilinger, A. (1998). Violation of Bell’s Inequality under Strict Einstein Locality Conditions. *Physical Review Letters*, 81(23), 5039–5043.
- [13] 沙川貴大, 上田正仁 (2018) . 『量子測定と量子制御』 . サイエンス社.
- [14] 清水明 (2004) . 『量子論の基礎 その本質のやさしい理解のために』 . サイエンス社.
- [15] 和田純夫 (2020) . 『量子力学の解釈問題 多世界解釈を中心として』 . サイエンス社.