

# 中性子星 –形成過程と構造–

宇宙班 (文責：三浦大貴)

最終更新日：2022 年 5 月 15 日

## はじめに

この解説資料は、第 95 回五月祭内の理学部物理学科学生有志企画 Physics Lab. 2022 において、ポスターに記載された内容の補足および記載しきれなかった内容の紹介を目的として書かれたものです。予備知識としては力学、電磁気学、熱力学、統計力学、流体力学、量子力学、相対論の知識を前提としています。しかし、ポスターと特に関連の強い「中性子星とパルサーの同定 (2.1 項)」「状態方程式の硬さ (4.1 項)」「中性子星の構造とモデルの比較 (5 節)」については、上記の知識を前提とせずに読むことができると思います。

本資料の構成としては、ポスターに記載した「超新星爆発による中性子星の形成」「パルサー」「TOV 方程式」「状態方程式」「中性子星の構造」について補足することを軸としました。1 節では超新星爆発の主な過程である重力崩壊とコアの反跳を取り上げました。2 節では、パルサーと中性子星の同定や、パルスの機構などのパルサーの基本的事項を扱いました。3 節では TOV 方程式を導出しました。4 節では状態方程式の「硬さ」の概念について説明し、中性子星で重要になる密度領域における状態方程式について解説しました。そして最後の 5 節では状態方程式の違いによって見られる中性子星の層状構造の違いについて書きました。

基本的にはポスターに記載した内容を補足できればよい、という考えのもとで作成したので、内容の網羅性についてはあまり意識していません。また興味などに応じて詳しく扱ったトピックもあればそうでないものもあり\*1、バランスが良いとは言えない構成になっています。よってこれを読んで興味をもった方は参考文献に挙げた書籍等、特に [2],[8],[9] にあたっていただきたいです。本資料の大部分は前二つを大幅に参考にして書かれています。そして何より、勉強中の身でありながら「解説」記事を書いており、内容に間違いがあることが否定できません。その点に注意してお読みください。

---

\*1 内容の難しさや私個人の理解度の問題もあります。

# 目次

1	超新星爆発と中性子星の形成	3
1.1	恒星の力学的安定性と断熱指数	3
1.2	重力崩壊に対する不安定性の諸原因	6
1.3	ニュートリノトラッピングと $\beta$ 平衡	9
1.4	コアの反跳	10
1.5	原始中性子星から中性子星へ	11
2	パルサー	11
2.1	中性子星とパルサーの同定	11
2.2	観測的諸相	13
2.3	距離の推定	14
2.4	磁気双極子モデル	15
2.5	非真空パルサーモデル	17
2.6	パルサー放射機構	19
2.7	超流動	20
3	TOV 方程式	22
4	状態方程式	23
4.1	状態方程式の「硬さ」	23
4.2	中性子ドリップ以上の密度での状態方程式	23
4.3	代表的な状態方程式	24
4.4	$\pi$ 中間子凝縮による状態方程式の軟化	31
5	中性子星の構造とモデルの比較	33
	参考文献	34

# 1 超新星爆発と中性子星の形成

超新星残骸の中にかにパルサーとほ座パルサーが発見されたことで、中性子星が超新星爆発によって形成されることが証明されました。この節ではその過程をざっと見ていきます。超新星爆発にも様々なタイプがありますが、中性子星の形成に関わるのは「コア崩壊型超新星」に分類されるものです\*2。

## 1.1 恒星の力学的安定性と断熱指数

線形解析を用いて、ガスの熱力学状態が断熱指数を通して力学平衡状態の安定性を決めていることを見ていきます。摂動を各流体素片の平衡位置からの微小なずれを表す変位ベクトル  $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{r})$  で表します。変位に伴う流体素片の体積変化  $\Delta V$  は、座標変換

$$\mathbf{r} \longrightarrow \mathbf{r}' = \mathbf{r} + \boldsymbol{\xi} \quad (1.1)$$

のヤコビアン  $|\partial \mathbf{r}' / \partial \mathbf{r}|$  から

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial \mathbf{r}} \quad (1.2)$$

で与えられます。ここでは星の質量を変えるような摂動は考えず、各流体素片の質量が摂動により不変であるとする、流体素片の密度変化  $\Delta \rho$  は

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial \mathbf{r}} \quad (1.3)$$

となります。ここで、収縮あるいは膨張が素早く起こることを想定して外部との熱のやり取りはないものとし、断熱の仮定をおくことにします。すると、各流体素片の単位質量あたりのエントロピーは不変です：

$$\Delta s = 0 \quad (1.4)$$

状態方程式の独立変数として密度  $\rho$  と単位質量あたりのエントロピー  $s$  をとると、圧力はこれらの関数として与えられ、各流体素片の圧力の変化  $\Delta P$  は

$$\Delta P = \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s \Delta \rho \quad (1.5)$$

と表されます。

上に現れた  $\Delta$  は各流体素片に付随した量としての変化をみていることに対応し、

$$\Delta X(\mathbf{r}) = X'(\mathbf{r}') - X(\mathbf{r}) = X'(\mathbf{r} + \boldsymbol{\xi}) - X(\mathbf{r}) = X'(\mathbf{r}') + \boldsymbol{\xi} \cdot \frac{\partial X}{\partial \mathbf{r}} - X(\mathbf{r}) + \mathcal{O}(\xi^2) \quad (1.6)$$

のことです。ここで  $X'$  は摂動をうけた物理量  $X$  を表します。これとは別に、空間の同一点における差をとった量

$$\delta X(\mathbf{r}) = X'(\mathbf{r}) - X(\mathbf{r}) \quad (1.7)$$

を考えると、

$$\Delta X = \delta X + \boldsymbol{\xi} \cdot \frac{\partial X}{\partial \mathbf{r}} \quad (1.8)$$

が成り立ちます。また、流体素片の速度  $\Delta \mathbf{v}$  は

$$\Delta \mathbf{v} = \frac{\partial \boldsymbol{\xi}}{\partial t} \quad (1.9)$$

で与えられます。

以上で、摂動による密度、圧力、速度の変化が  $\boldsymbol{\xi}$  の関数として与えられました。これらを線形化されたオイラー方程式

$$\Delta \left[ \frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{\partial \rho \mathbf{v} \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial P}{\partial \mathbf{x}} + \rho \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} = 0 \right] \quad (1.10)$$

\*2 「炭素爆燃型超新星」というタイプもありますが、ここでは扱いません。

とポアソン方程式

$$\delta[\Delta\phi - 4\pi G\rho = 0] \quad (1.11)$$

に代入すれば、 $\xi$  と  $\delta\phi$  に対する連立線形微分方程式が得られます。以下では球対称な平衡形状に対する球対称な摂動のみを考えることにします。すると変位ベクトルの動径成分  $\xi$  のみがゼロでなく、また摂動量を含むすべての物理量は半径  $r$  と時間  $t$  のみの関数となります。この場合、(1.11) は積分できて

$$\delta\phi = -4\pi G \left\{ \int_0^r \frac{\delta\rho(r')}{r} r'^2 dr' + \int_r^\infty \frac{\delta\rho(r')}{r'} r'^2 dr' \right\} \quad (1.12)$$

となるので、

$$\begin{aligned} \frac{\partial\delta\phi}{\partial r} &= -4\pi G \left\{ -\frac{1}{r^2} \int_0^r \delta\rho(r') r'^2 dr' + \frac{1}{r} \cdot \delta\rho(r) r^2 - \delta\rho(r) r \right\} \\ &= -4\pi G \frac{1}{r^2} \int_0^r \frac{\partial}{\partial r'} (r'^2 \rho \xi) dr' \\ &= -4\pi G \rho \xi \end{aligned}$$

より摂動による重力の変化

$$\frac{\partial\delta\phi}{\partial r} = -4\pi G \rho \xi \quad (1.13)$$

を得ます。これを (1.10) で用いると、変位ベクトルの動径成分  $\xi$  に対する線形微分方程式が

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\gamma P}{r^2} \frac{\partial r^2 \xi}{\partial r} \right) + \frac{4}{r} \frac{\partial P}{\partial r} \xi = 0 \quad (1.14)$$

と得られます。ここで

$$\gamma = \left( \frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho} \right)_s \quad (1.15)$$

は断熱指数です。

$\xi(t, r)$  の時間依存性を

$$\xi(t, r) = \zeta(r) \exp(i\omega t) \quad (1.16)$$

と仮定すると、 $\zeta(r)$  は

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{\gamma P}{r^2} \frac{dr^2 \zeta}{dr} \right) - \frac{4}{r} \frac{dP}{dr} \zeta + \omega^2 \rho \zeta = 0 \quad (1.17)$$

を満たします。境界条件は、 $r = 0$  で  $\zeta = 0$  と  $r = R$  (星の表面) で  $\Delta P = 0$  ですが、

$$\Delta P = \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s \Delta \rho = \frac{P}{\rho} \left( \frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho} \right)_s \left\{ -\frac{\rho}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \xi) \right\} = -\frac{\gamma P}{r^2} \frac{dr^2 \xi}{dr} \quad (1.18)$$

なので、星表面で  $\xi$  は (したがって  $\zeta$  も)、有限でさえあればよいです\*3。(1.17) は Sturm-Liouville 型をしており、解の性質で重要なものは

- $\omega^2$  はすべて実数で、下限のある加算無限集合をなす： $\omega_0^2 < \omega_1^2 < \omega_2^2 < \dots$
- $\omega_n^2$  に対応する  $\zeta_n$  は  $n$  個の  $r \neq 0$  のゼロ点を持ち、異なる  $n$  に対応するものは互いに直交し、全体で境界条件を満たす関数の完全系をなす：

$$\int_0^R \zeta_m(r) \zeta_n(r) \rho r^2 dr = 0 \quad m \neq n \quad (1.19)$$

上の性質から、球対称な力学的平衡状態が球対称摂動に対して安定であるための条件は

$$\omega_0^2 \geq 0 \quad (1.20)$$

であることがわかります。

---

\*3  $P = 0$  が星の表面の定義です。

この条件 (1.20) を断熱指数  $\gamma$  と結びつけます。まず、断熱指数は一般に密度や温度の関数ですが、 $\gamma = 4/3$  がいたるところで成り立っているとすると

$$\begin{cases} \omega = 0 \\ \xi = r \end{cases} \quad (1.21)$$

が (1.17) の解になっていることが重要です。実際、

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{4P}{3r^2} \frac{dr^3}{dr} \right) - \frac{4}{r} \frac{dP}{dr} r + 0 \cdot \rho r = 0 \quad (1.22)$$

と確かに解になっています。このとき  $r \neq 0$  以外のゼロ点はないので、これは  $\omega_0$  にあたることがわかります。よって、力学平衡状態はこのとき中立安定であることがわかります。

次に、 $\gamma$  が  $4/3$  近傍にある場合を考えます。(1.17) の両辺に  $r^2 \zeta$  をかけて積分すると

$$\int_0^R \left\{ r^2 \zeta \frac{d}{dr} \left( \frac{\gamma P}{r^2} \frac{dr^2 \zeta}{dr} \right) - 4r \zeta^2 \frac{dP}{dr} + \omega^2 \rho r^2 \zeta^2 \right\} dr = 0 \quad (1.23)$$

$\omega^2$  の項を移行して

$$\begin{aligned} \omega^2 \int_0^R \rho \zeta^2 r^2 dr &= \int_0^R 4r \zeta \frac{dP}{dr} dr - \int_0^R r^2 \zeta \frac{d}{dr} \left( \frac{\gamma P}{r^2} \frac{dr^2 \zeta}{dr} \right) dr \\ &= \int_0^R 4r \zeta \frac{dP}{dr} dr - \left[ \gamma P \zeta \frac{dr^2 \zeta}{dr} \right]_0^R + \int_0^R \frac{\gamma P}{r^2} \left[ \frac{dr^2 \zeta}{dr} \right]^2 dr \\ &= \int_0^R 4r \zeta \frac{dP}{dr} dr + \int_0^R \frac{\gamma P}{r^2} \left[ \frac{dr^2 \zeta}{dr} \right]^2 dr \quad (\because P(R) = 0) \end{aligned} \quad (1.24)$$

したがって

$$\omega^2 = \frac{\int_0^R \left\{ \frac{\gamma P}{r^2} \left[ \frac{dr^2 \zeta}{dr} \right]^2 + 4r \zeta \frac{dP}{dr} \right\} dr}{\int_0^R \rho \zeta^2 r^2 dr} \quad (1.25)$$

が得られます。ここで

$$\left\{ \begin{aligned} I &= \int_0^R r^2 \rho 4\pi r^2 dr \\ W &= - \int_0^R \frac{Gm_r}{r} \rho 4\pi r^2 dr \\ \widetilde{\left( \frac{\zeta}{r} \right)^2} &= \frac{1}{|W|} \int_0^R \left( \frac{\zeta}{r} \right)^2 \frac{Gm_r}{r} \rho 4\pi r^2 dr \\ \overline{\left( \frac{\zeta}{r} \right)^2} &= \frac{1}{|I|} \int_0^R \left( \frac{\zeta}{r} \right)^2 r^2 \rho 4\pi r^2 dr \\ \bar{\gamma} &= \frac{\int_0^R \left( \frac{1}{3r^2} \frac{dr^2 \zeta}{dr} \right)^2 \gamma P 4\pi r^2 dr}{\widetilde{\left( \frac{\zeta}{r} \right)^2} \int_0^R P 4\pi r^2 dr} \end{aligned} \right. \quad (1.26)$$

を定義して (1.25) を変形すると

$$\omega^2 = \frac{3|W|}{I} \left\{ \bar{\gamma} - \frac{4}{3} \frac{\widetilde{\left( \frac{\zeta}{r} \right)^2}}{\overline{\left( \frac{\zeta}{r} \right)^2}} \right\} \quad (1.27)$$

が得られます。ここで  $\gamma \sim 4/3$  であることを用いると、 $\omega_0$  に対応する固有関数が  $\zeta_0 \sim r$  なので

$$\widetilde{\left( \frac{\zeta_0}{r} \right)^2} \sim \overline{\left( \frac{\zeta_0}{r} \right)^2} \sim 1 \quad (1.28)$$

および

$$\left(\frac{1}{3r^2} \frac{dr^2 \zeta_0}{dr}\right)^2 \sim 1 \quad (1.29)$$

となり、(1.25)は

$$\omega_0^2 \sim \frac{3|W|}{|I|} \left(\bar{\gamma} - \frac{4}{3}\right) \quad (1.30)$$

となります。ここで  $\bar{\gamma}$  の表式も

$$\bar{\gamma} \sim \frac{\int_0^R \gamma P 4\pi r^2 dr}{\int_0^R P 4\pi r^2 dr} \quad (1.31)$$

と近似できます。(1.20)と(1.30)より、球対称な力学平衡状態が球対称摂動に対して安定であるための条件は、(1.31)で与えられる圧力を重みとした平均的な断熱指数が臨界値  $\gamma_c = 4/3$  より大きいことであるとわかります。平均的な断熱指数は星を構成するガスの状態方程式と力学平衡にある恒星内部における熱力学量の分布で決まっています。

## 1.2 重力崩壊に対する不安定性の諸原因

大質量星は一般に進化の最後に重力崩壊を起こすのですが、その理由は質量に応じて異なっています。これは、重力崩壊に対して不安定になる原因が質量によって異なるためです。さらにその理由は、球対称な力学的平衡状態の重力崩壊に対する安定性がガスの平均的な断熱指数によって決まっています(1.1項)、質量によるその星の熱力学状態の違いにより、断熱指数に影響を与える物理過程が異なるためです。以下で、その不安定性を引き起こす原因について見ていきます。

### 1.2.1 電子捕獲反応

大質量星の中でも比較的軽い  $\sim 10 M_\odot$ <sup>\*4</sup>の質量のものは、電子捕獲反応によって不安定になると考えられています。この反応は



と表せます。これは重力崩壊とともに進行し、最終的に中性子星の形成を引き起こします。

恒星は主として原子核と電子と光子から構成されています。主系列時には原子核は主として水素とヘリウムですが、核融合反応による準静的進化を経て重力崩壊を起こすに至った星の中心部は、より重い原子核でできています。恒星が形成された際のメタリシティ<sup>\*5</sup>にもよりますが、概ね  $10 M_\odot$  より重い星は中心に主として鉄族元素からなるコアを形成すると考えられています。重力崩壊型超新星爆発を起こす下限質量はよくわかっていませんが、太陽程度のメタリシティをもった星では  $8 M_\odot$  程度と推定されています。大質量星の準静的進化では、炭素核燃焼段階以降になるとニュートリノ放出による冷却が光子によるものを凌駕するようになり、その結果、重力崩壊前のコアの一核子あたりのエントロピーは  $\sim 1k_B$  という低い値になります。そのため、核子のほとんどが原子核の中に束縛された状態で存在します。したがって電子捕獲反応は原子核内に束縛された核子が起こすこととなります。自由な中性子と陽子の質量差は

$$m_n - m_p = 1.293 \text{ MeV}/c^2 > m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2 \quad (1.33)$$

です<sup>\*6</sup>。電子捕獲反応を起こすには、この質量差に対応するエネルギーを陽子または電子の運動エネルギーでまかなわなければなりません。核子が原子核に束縛されている場合は、核子間の相互作用による結合エネルギーの寄与があるため、一般に電子捕獲を起こすのに必要なエネルギーは増加します。たとえば、 ${}^{56}\text{Fe} + e^- \rightarrow {}^{56}\text{Mn} + \nu_e$  の場合、その質量差は

$$m_{\text{Mn}} - m_{\text{Fe}} = 3.7 \text{ MeV}/c^2 \quad (1.34)$$

<sup>\*4</sup>  $M_\odot$  は太陽質量を表しています。宇宙物理では、 $2 M_\odot$  などのように、太陽質量を単位として質量を表すことが多いです。ここで太陽質量は  $1 M_\odot \approx 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$  です。

<sup>\*5</sup> 水素とヘリウム以外の元素の量のことで、宇宙物理では、ヘリウムよりも原子番号の大きな元素は金属 (metal) と呼ばれます。

<sup>\*6</sup> このため、自由中性子はエネルギー的に  $\beta$  崩壊が可能です。

なので、少なくともこれより大きなエネルギーをもちこまなければ電子捕獲反応は起こらないことになります。大質量星のコアでは電子は相対論的に縮退しています。電子のフェルミエネルギーは密度とともに高くなり、これが上述の反応閾値\*7を超えると、電子捕獲反応は容易に起こるようになります。その結果原子核は中性子過剰になります。

電子が  $T = 0$  で完全縮退していると、相互作用を無視した理想フェルミ気体の近似を用います。電子のフェルミ運動量を  $p_F$ 、数密度を  $n_e$  とすると

$$n_e = \frac{2}{h^3} \int_0^{p_F} 4\pi p^2 dp = \frac{8\pi}{3h^3} p_F^3 \quad (1.35)$$

より

$$p_F = \left( \frac{3h^3 n_e}{8\pi} \right)^{1/3} \quad (1.36)$$

と得られます。電子のフェルミエネルギー  $\mu_e$  は、電子の静止質量エネルギーを無視（超相対論近似）すると、

$$\mu_e = \sqrt{p_F^2 c^2 + m_e^2 c^4} \sim p_F c \sim 11 \text{ MeV} \left( \frac{\rho Y_e}{10^{10} \text{ g/cm}^3} \right)^{1/3} \quad (1.37)$$

と得られます。ここで  $Y_e := n_e / (n_p + n_n)$  は核子一個あたりの電子数で、質量密度  $\rho$  に対する電子の寄与は無視しています。この結果より、 $\rho Y_e \sim 10^{10} \text{ g/cm}^3$  では電子に対する超相対論近似が正当化されることがわかります。また、大質量星コアの中心密度がこの値程度になる頃の中心温度は  $k_B T \sim 1 \text{ MeV}$  程度なので、完全縮退の近似も悪くありません。さらに、 $\mu_e \gtrsim Q$  なので、エネルギー的にも電子捕獲が可能であることがわかります\*8。

(1.37) から明らかのように、電子のフェルミエネルギーは密度とともに増加するので、いったん重力崩壊が起こって圧縮により密度が上昇すると、より電子捕獲が起こり、中性子化がいつそう進みます。つまり、電子捕獲反応は暴走します。

大質量星コアの圧力のほとんどを担っているのは、強く縮退した相対論的電子です。再び超相対論的近似のもとでは、完全縮退した電子の圧力は

$$P_e = \frac{1}{3} \frac{2}{h^3} \int_0^{p_F} \frac{p^2 c^2}{(p^2 c^2 + m_e^2 c^4)^{1/2}} 4\pi p^2 dp \approx \frac{8\pi c}{3h^3} \int_0^{p_F} p^3 dp = \frac{2\pi c}{3h^3} \left( \frac{3h^3 n_e}{8\pi} \right)^{4/3} = \frac{2\pi c}{3h^3} \left( \frac{3h^3 \rho Y_e}{8\pi m_u} \right)^{4/3} \quad (1.38)$$

で与えられます。ここで  $m_u$  は原子質量単位です。これより断熱指数が  $\gamma = 4/3$  であることがわかります。よって電子捕獲反応が起こらなければ、大質量星コアは球対称摂動に対して中立安定であることがわかります。電子捕獲反応は電子数を減らす反応なので、圧縮によりこれが進むとすると、圧力は電子捕獲反応がないときほどには上がらないことになります。これは実効的に  $\gamma < 4/3$  であることに対応し、平衡状態が不安定になることを意味します。

### 1.2.2 原子核の光分解

質量が  $10 M_\odot$  より大きいものは、温度  $T \sim 10^{10} \text{ K}$  付近で不安定になります。ここでの重力崩壊の要因は原子核の光分解です。星の中心に鉄コアが形成されると、それ以上核融合反応は進まなくなり、鉄コアの質量が増加するにつれ、それを支えるため中心の温度も増加します。その結果、核融合とは逆の分解反応が起こるようになってきます。そして温度が約  $5 \times 10^9 \text{ K}$  を超えると、それら分解反応も十分に早く起こるようになり、融合と分解が釣り合うような核種間の化学平衡状態が確立します。これを原子核の統計平衡といいます。

原子核分布が統計平衡状態になると、どの原子核中に束縛された陽子、中性子もそれぞれ同じ化学ポテンシャルをもち、それらはそれぞれ自由陽子、自由中性子の化学ポテンシャルに等しいです。よって、陽子数  $Z$ 、中性子数  $N$  をもつ原子核の化学ポテンシャル  $\mu(Z, N)$  は

$$\mu(Z, N) = Z\mu_p + N\mu_n \quad (1.39)$$

に等しくなります\*9。ここで  $\mu_p$ 、 $\mu_n$  はそれぞれ自由陽子、自由中性子の化学ポテンシャルです。

\*7  $Q$  値ともいいます。

\*8 実際の  $Q$  値はもちろん核種ごとに異なりますが、いずれにせよ  $\lesssim 10 \text{ MeV}$  程度です。

\*9 これは自由エネルギーの最小化により得られます。

(1.39) は系の自由エネルギーが最小になるべきであるという条件と等価です。有限温度における自由エネルギー  $F = U - TS$  の最小化においては、内部エネルギー  $U$  の最小化とエントロピー  $S$  の最大化が競合します。温度が低いときは前者、温度が高いときは後者が重要になります。したがって、大質量星コアの温度が高くなるほど、原子核の統計平衡はエントロピーが高い状態になろうとします。この場合、鉄などのような重い原子核が減り、 ${}^4\text{He}$  のような軽い原子核や核子が多く存在するような状態になります。これが原子核の光分解です。

鉄より軽い原子核に対しては分解は一般に吸熱反応です。たとえば、鉄族元素の代表である  ${}^{56}\text{Ni}$  が 14 個の  ${}^4\text{He}$  に分解するとすると



であり、 ${}^4\text{He}$  がさらに核子に分解されると



で、さらに多くの熱が吸収されることがわかります。こうした分解に必要な分解に必要なエネルギーが光子の吸収によってまかなわれているため、この反応を光分解といいます。

重力崩壊直前の大質量星コアを支える圧力は主に電子の縮退圧ですが、有限の温度からくる圧力も働いています。上のような吸熱反応はこの圧力を小さくします\*10。

### 1.2.3 電子・陽電子対生成

質量が  $\gtrsim 150 M_{\odot}$  の星は、密度  $\rho \lesssim 10^6 \text{ g/cm}^3$ 、温度  $T \lesssim 10^9 \text{ K}$  の領域で不安定化します。この領域では、電子・陽電子対生成



により、電子・陽電子対の存在量が急速に増大します。大質量星の内部では逆反応も十分頻繁に起こり、正反応と常に釣り合った状態にあります。しかし、電子・陽電子はともに  $m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$  の静止質量をもつため、この反応は二つの光子のエネルギーの和が  $2 \times 0.511 \text{ MeV}/c^2$  を超える場合に限られます。このため、 $k_B T \sim 0.511 \text{ MeV}$  の高温になるまでは、化学平衡状態は電子・陽電子対が極めてわずかな状態になっています。

$n_A$  を原子核の数密度とし、核種として酸素を仮定すると、原子核の圧力は

$$\begin{aligned} P_A &= n_A k_B T = 2.6 \times 10^{22} \text{ erg/cm}^3 \left( \frac{\rho}{10^{16} \text{ g/cm}^3} \right) \left( \frac{A}{16} \right)^{-1} \left( \frac{T}{5 \times 10^9 \text{ K}} \right) \\ &\ll P_{\gamma} = \frac{1}{3} a T^4 = 1.6 \times 10^{24} \text{ erg/cm}^3 \left( \frac{T}{5 \times 10^9 \text{ K}} \right)^4 \end{aligned} \quad (1.43)$$

で光子の圧力  $P_{\gamma}$  の方がずっと高いことがわかります。もし、電子・陽電子対が生成されなければ、電子の圧力  $P_e$  は

$$P_e \approx n_e k_B T = 4.2 \times 10^{23} \text{ erg/cm}^3 \left( \frac{T}{5 \times 10^9 \text{ K}} \right) \ll P_{\gamma} \quad (1.44)$$

で与えられるので、やはり光子の圧力の方がかなり大きいことがわかります。

$k_B T \lesssim m_e$  の温度領域で (1.42) により電子・陽電子対が生成されると、この反応は吸熱反応であり、光子の熱運動によるエネルギーが電子・陽電子対の質量エネルギーになります。圧力は運動エネルギーに起因するものなので、電子・陽電子の質量エネルギーに変換してしまった分のエネルギーは圧力には効かなくなります。これが電子・陽電子対生成により不安定になる理由です。

電子・陽電子対生成による不安定領域に達するのは He 核燃焼終了後で、星中心部には酸素のコアが存在します。重力崩壊後は圧縮による温度上昇のためある段階で発熱を伴う酸素の核燃焼が起こります。その後の進化は星の質量によって異なると考えられています。100 ~ 140  $M_{\odot}$  の星は、脈動\*11と激しい質量放出を起こしながら鉄コアを形成し、その後通常の超新星のように重力崩壊を起こすと考えられています。一方で、140 ~ 260  $M_{\odot}$  の星では、酸素の

\*10 圧力に対する寄与の大部分が電子の縮退圧なのであれば、光分解によって有限温度による圧力を減少させたところで大した影響はないのではないかと思われるかもしれませんが、それだけ大質量星コアは重力崩壊ギリギリのところでは存在している（断熱指数が臨界値に近い）ということです。

\*11 星自身が膨張と収縮を繰り返すことで明るさが変化する現象です。

核反応が爆発的に速く起こるため、それにより発生する熱エネルギーに伴う圧力の上昇で重力崩壊は膨張に転じ、最終的には星全体が粉々に爆発し、極めて明るい超新星になるだろうと考えられています。これを対生成不安定型超新星爆発 (PISN) といいます。≧ 260  $M_{\odot}$  の星では、爆発的酸素核燃焼によっても重力崩壊は止めることができず、ブラックホールが形成されると予想されています。

#### 1.2.4 一般相対論

質量が  $\sim 10^4 M_{\odot}$  を超えるような超大質量星 (supermassive star) では一般相対論の効果が無視できなくなります。一般相対論による重力はニュートン力学によるそれよりも通常は強いです。これはたとえば、TOV 方程式

$$\frac{dP}{dr} = -\rho \frac{Gm}{r^2} \left(1 + \frac{P}{\rho c^2}\right) \left(1 + \frac{4\pi Pr^3}{mc^2}\right) \left(1 - \frac{2Gm}{rc^2}\right)^{-1} \quad (1.45)$$

(3 節で導出) を対応するニュートン力学における静水圧平衡の式

$$\frac{dP}{dr} = -\rho \frac{Gm}{r^2} \quad (1.46)$$

と比較するとわかります。このため、重力の増加に釣り合う圧力の増加を与える臨界断熱指数が大きくなります。つまり、上三つの不安定の原因は圧力の減少でしたが、今回は重力の増加の方が原因です。

### 1.3 ニュートリノトラッピングと $\beta$ 平衡

#### 1.3.1 重力崩壊の進行

前項 1.2 でみたように、特段に大きな質量の星を除けば、通常重力崩壊型超新星では電子捕獲反応または原子核の光分解反応により断熱指数が臨界値を下回るようになり、コアの静水圧平衡が不安定になります。このとき、コアは膨張、収縮の両方に対して不安定になるのですが、一般にコアを構成する物質の断熱指数は膨張により密度が下がると増加して臨界値より大きくなるのに対して、収縮の場合は断熱指数はより一層低下する傾向にあります。実際、密度が上昇すると電子のフェルミエネルギーが増加するため、電子捕獲反応が促進されます。また圧縮には温度の上昇が伴うので、原子核の統計平衡状態はより原子核の分解が進む方向に推移します。結果として、不安定の要因によらず、ひとたび不安定になったコアは重力崩壊を始め、それを加速させていくことになります。

重力崩壊が進むにつれて電子捕獲反応も進むので、重力崩壊直前にすでに少し中性子過剰であったコアはより中性子過剰になります。しかしこの中性子化は滞りなく進むわけではありません。ニュートリノトラッピングが起こるためです。

#### 1.3.2 ニュートリノトラッピング

##### 1.2.1 目で見たように、原子核による電子捕獲反応



にはニュートリノの生成が伴います。このニュートリノは物質と弱い相互作用しかしません。弱い相互作用の典型的な断面積の値<sup>\*12</sup>

$$\sigma \sim G_F^2 \varepsilon_{\nu}^2 \sim 10^{-42} \text{ cm}^2 \left(\frac{\varepsilon_{\nu}}{1 \text{ MeV}}\right)^2 \quad (1.48)$$

を用いると、重力崩壊直前の大質量星コアにおけるニュートリノの平均自由行程は

$$l_{\text{mfp}} \sim \frac{1}{n\sigma} \sim 10^9 \text{ cm} \left(\frac{\rho}{10^{10} \text{ g cm}^{-3}}\right)^{-1} \left(\frac{\sigma}{10^{-42} \text{ cm}^2}\right)^{-1} \quad (1.49)$$

となり、ニュートリノは自由にコアを逃げ出してしまふことがわかります。ここで  $n$  は反応相手 (核子と仮定) の数密度です。しかし、重力崩壊が進むと

<sup>\*12</sup>  $G_F$  はフェルミ結合定数です。コア内では温度も電子のフェルミエネルギーもせいぜい 100 MeV 程度で W ボソン ( $W^{\pm}, Z$ ) の質量 ( $\sim 100 \text{ GeV}/c^2$ ) に比べ無視できるため、ニュートリノと原子核の反応はフェルミ相互作用で近似できます。

- 密度  $\rho$  が上がる
- 原子核中に束縛された核子との散乱では断面積が数密度の 2 乗に比例するようになる

ことによって、平均自由行程が小さくなります。すなわち、ニュートリノの反応率が上がります。その結果、ニュートリノは重力崩壊のある段階以降は自由にコアを抜け出すことができなくなります<sup>\*13</sup>。これがニュートリノトラッピングです。

ニュートリノトラッピングが起こると、コア内の電子型レプトン数が保存されるようになり、中性子化が進まなくなります。実際、ニュートリノの密度が増加すると、電子捕獲反応の逆反応



が主として原子核内で起こるようになります。ニュートリノもフェルミオンなので、密度の上昇に伴って縮退して化学ポテンシャルが増加し、最終的には  $p + e^- \leftrightarrow n + \nu_e$  が平衡に達し

$$\mu_p + \mu_e = \mu_n + \mu_{\nu_e} \quad (1.51)$$

が成り立つようになります。この状態を  $\beta$  平衡といいます。

中性子化は  $\beta$  平衡へ向かう非可逆過程であり、エントロピーの生成を伴います：

$$T ds = -(\mu_p + \mu_e - \mu_n) dY_e > 0 \quad (1.52)$$

一方、ニュートリノトラッピングが起こるまでは、電子捕獲反応で生じたニュートリノがエネルギーをもち去るため、コア内のエントロピーは概ね一定に保たれます。ニュートリノトラッピングが起こり  $\beta$  平衡になると、もはやエントロピー自体が生成されなくなり、重力崩壊は以後断熱的に進むこととなります。このため、コア内のエントロピーは重力崩壊前の値  $\sim 1k_B$  をほぼ保ったまま推移します。これは比較的低い値です。仮にこの値が大きくなると、原子核に束縛されない自由核子が増えます。自由核子気体は臨界指数より大きい断熱指数で振る舞うので、これが大きな割合を占めるようになると、コアは重力崩壊に対して安定になり、標準核密度に達する前に反跳を起こすこととなります (1.4.2 目参照)。核子あたりのエントロピーが  $\sim 1k_B$  ではこうした低密度での反跳は起こりません。

## 1.4 コアの反跳

### 1.4.1 原子核の溶解

コアの反跳の説明の前に、そこで重要になる標準核密度について触れておきます。質量数が  $A$  の原子核の半径  $R$  が種類によらず近似的に

$$R = R_0 A^{1/3} \quad (1.53)$$

であることが実験的に知られています ( $R_0 = 1.2 \text{ fm}$ )。よって原子核の体積は核子数に比例する ( $\propto R^3 \propto A$ ) ので、核子数密度は原子核によらず一定になります。これを密度の飽和性といいます。核子の質量を用いると、その密度は  $\rho_{\text{nuc}} = 2.8 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$  となり、これを標準核密度あるいは飽和密度と呼びます。

密度が小さいときには  $\tilde{\mu}_n = \partial E(Z, N)/\partial N < 0$  であり、原子核に中性子を付加していくことができます。しかし密度の増加に伴って  $\tilde{\mu}_n$  も増加し、ある密度に達したときに  $\tilde{\mu}_n = 0$  となります。この密度を超えると  $\tilde{\mu}_n > 0$  となり、原子核から中性子を取り出した方がエネルギー的に安定となります。よって、原子核に束縛されていない自由中性子が存在しはじめます。これを中性子ドリップといいます。

さらに密度が上がると自由中性子が増加していきます。さらに、密度が標準核密度  $\rho_{\text{nuc}}$  に近づくと、 $\tilde{\mu}_p = \partial E(Z, N)/\partial Z$  も正になり、自由陽子も存在するようになり、 $\rho_{\text{nuc}}$  に達すると原子核は全て無くなります。これを原子核の溶解といいます。

### 1.4.2 コアの反跳と衝撃波の伝播

密度が  $\rho_{\text{nuc}}$  を超えると核力により物質は急激に硬くなり、重力崩壊に対する安定性が回復します (断熱指数が  $\gamma \gtrsim 2$  に跳ね上がる)。するとコアの中心部は急激に収縮が止まり、膨張に転じます。これを反跳といいます。

<sup>\*13</sup> より定量的な扱いは [2] を参考にしてください。

自己相似的な収縮を仮定すると、速度が半径に比例した収縮 (homologous な崩壊という) をする内部コアと、収縮速度が半径とともに小さくなるような収縮をする外部コアという二つの領域に別れます。内部コアは亜音速、外部コアは超音速で収縮し、二つのコアの境界は大まかに遷音速点に一致しています [10]。

内部コアは亜音速で収縮していたので、反跳も内部コアで一斉に起こります。一方で外部コアは超音速で収縮していたので、コアの中心部での反跳の情報は外部コアには届きません。核力による圧力の急激な上昇が各流体素片の静止系に対して音速  $c_s$  で外向きに伝わっているのですが、各流体素片は速度  $-v$  で内向きに動いているので、外部の観測者から見ると、圧力の上昇は  $c_s - v$  で外向きに伝播するようになります。よって反跳の情報は遷音速点を越えて外に伝わることができず、内部コアと外部コアの境界部分に不連続面が発生します。これが衝撃波です。衝撃波はピストンのように働く内部コアに押されて、外部コア内を外向きに伝播していきます。衝撃波が外部コアを突き抜け、その後さらに星の外層部を伝播し、星表面を突き破ったときに、光学的観測の意味で超新星爆発が起こると考えられています。実際は、衝撃波は外部コアを伝播しきる前にそのエネルギーを使い果たしてしまい、一時的に停滞します。この状態にある衝撃波は停滞衝撃波あるいは降着衝撃波とよばれます。停滞衝撃波はその後、なんらかの機構で復活し、超新星爆発が起こります。肝心のその機構については、ニュートリノ加熱機構や音波による加熱機構、磁場による機構などが提案されています。

## 1.5 原始中性子星から中性子星へ

コア内で停滞した衝撃波が何らかの機構により復活して外層に達すると、それ以降衝撃波は二度と滞ることなく星の表面まで伝播するものと考えられています。そして衝撃波が外層を伝播するようになると物質の降着は止まり、中心に形成された原始中性子星は他から切り離され、ニュートリノを放出しながらゆっくり冷却します\*14。この原始中性子星冷却は1分程度続き、中性子星に進化します。

## 2 パルサー

この節では、中性子星のパルサーとしての側面を見ていきます。はじめにパルサーと中性子星がどのように同定されるかについてみたあと、観測で見られる特徴、距離の推定法、パルス放射のモデル、超流動といった話題を扱います。

### 2.1 中性子星とパルサーの同定

白色矮星よりも高密度の安定した平衡星すなわち中性子星の存在は、1930年代から、Baade & Zwicky など多くの理論家によって予言されていました。そして理論家たちはそのような天体が、超新星爆発で形成される可能性を示唆していました。1967年には Hewish を中心とするケンブリッジ大学の天文学者グループが、周期的なパルス状の電波を発する天体すなわちパルサーを検出しました\*15。観測されたパルサーが、実は表面磁場が  $10^{12}$  G 程度の回転中性子星である、という最初の議論は Gold によってなされました。彼はこのような天体が、パルス周期の安定性など、パルサーで観測される多くの特徴を説明できると指摘しました。彼はパルサーがゆっくりと回転エネルギーを失っていくにつれて、周期が少しずつ長くなっていくことを予言し、その後まもなく、かにパルサーの減速が確認されました。そしてそのエネルギー損失が、かに星雲の動力源に必要なエネルギーとほぼ同じであることを示しました。このことと他モデルの失敗が相まって、中性子モデルが一般に受け入れられるようになりました。

以下、重要な観測的事実をもとに、パルサーが回転中性子星であると推定できることを見ていきます。

#### 2.1.1 観測事実

パルサーが中性子以外の天体であるという可能性を排除する、その鍵となる観測事実は次の三つです：

\*14 原始中性子星の冷却についても、[2] に詳しく書かれています。

\*15 1974年に Hewish は「電波天文学における先駆的研究 (パルサーの発見に果たした決定的な役割)」という内容でノーベル物理学賞を受賞しています。

1. 1.6 ms ~ 4.3 s の周期をもつ.
2. 周期がとてもゆっくりと増加し, 減少することはない\*16.
3. 周期が極めて安定している.

これらの条件を満たすのが (回転) 中性子星だけであることを以下で見えていきます.

### 2.1.2 候補天体

1.6 ms で光は大体 500 km 進みます. これにより, 発光領域の大きさに上限が設定されます. 発光領域が, より大きな光源の一部であるとする一貫したモデルは (当時) 提案されていませんでした. 特に, 発光領域が光源全体と密接に結びついていないと, これほど安定した周期をもつことは困難でしょう. したがって, 500 km を最大サイズとして, コンパクトな天体, すなわち白色矮星, 中性子星, ブラックホールを扱うことになります.

#### 白色矮星の場合

周期的挙動のメカニズムとしては, 回転, 脈動, 連星系という三つの可能性がすぐに思い付きます. 回転している白色矮星は, 自壊速度\*17で回転しているときに最も周期が短くなります:

$$\Omega^2 R \sim \frac{GM}{R^2} \quad (2.1)$$

ここで  $\Omega$  は回転の角速度です. (2.1) は平均密度  $\rho$  を用いて

$$\Omega^2 \sim G\rho \quad (2.2)$$

と書き換えられます. 平均密度として, 最大の  $\rho \approx 10^8 \text{ g cm}^{-3}$  をとると, 周期が

$$P = \frac{2\pi}{\Omega} \gtrsim 1 \text{ s} \quad (2.3)$$

と得られます. よってこの可能性は除外されます.

脈動型白色矮星でも (2.3) と同様の推定が成り立ちます. 実際, 正確な計算により基本波モードの最短周期が 2 s 程度であることが分かっています. 高次高調波はより短い周期をもちますが, 次の二つの理由で除外されます: (i) 基本波を励起せずに高調波を励起するには特別な条件が必要で, 少しでも非線形性があると混合が起こり, 周期の鋭さが失われる (ii) 振動系では通常, エネルギーが失われると周期が短くなる.

連星白色矮星は

$$\Omega^2 r \sim \frac{GM}{r^2} \quad (2.4)$$

を満たします. ここで  $r$  は軌道半径です.  $r \gtrsim R$  なので, (2.3) が再現されます.

以上で白色矮星は候補から外れました.

#### 中性子星の場合

脈動する中性子星は白色矮星の  $10^6$  倍程度の密度をもつので, 周期は  $10^{-3}$  s 程度となり, これは非常に短いです.

半径を適切に選べば, 連星中性子星系の軌道周期を観測された範囲  $10^{-3} - 4$  s に収めることができます. しかしそのような系は重力波を大量に放出し, 寿命

$$\tau \sim 10^{-3} \text{ yr} \left( \frac{P}{1 \text{ s}} \right)^{8/3} \quad (2.5)$$

をもちます. パルサーの周期が変化するのを観測するタイムスケールは通常  $P/\dot{P} \sim 10^{-3} \text{ yr}$  です. さらに, 重力波の放射は周期を減少させます.

\*16 グリッチと呼ばれる, 突然に周期が減少する現象が観測されています (後述). 観測される周期は外殻と結合した成分の回転を表しており, 周期の増大は表面と結合した成分で起こっており, 超流動中性子成分の自転周期は変化しません. そのため, 2 成分間で急速な角運動量輸送が起こり, 外殻の回転角速度が大きくなる現象と解釈されています (2.7.2 目参照). ここではグリッチは例外とします.

\*17 自壊速度は, 赤道上の遠心力が重力がつりあったときを意味します.

以上で脈動中性子星と連星中性子星は候補から外れました\*18.

## ブラックホールの場合

孤立ブラックホールは、周期的な発光体となる構造を持っていません。特に、回転しているブラックホールは軸対称です。降着に依存する機構では、高精度の周期性は期待できません。よってブラックホールも候補から外れます。

回転中性子星だけが、条件を全て満たしています。回転する中性子星がパルサーとして観測されるためには、パルスを放射する場所が必要です。これは中性子星が強い磁場をもっており、その磁極でパルスが形成されていると考えます\*19。さらに、磁極は回転軸上ではなく、回転に伴って、磁極から放出される電波ビームの方向も回転し、観測者がビーム内にいるときのみパルスが観測されると考えます [1]。これについては 2.4 項で詳しく扱います。

## 2.2 観測的諸相

観測されるパルサーの顕著な性質について、簡単にまとめます。

### 2.2.1 パルスの形状とスペクトル

パルサーは周期的なパルスとして電波を放射しています\*20。放射強度が一定でなかったり、放射が観測されないタイミングがあったりはしますが、基本的には周期的です。パルスは  $\sim 1$  ms の小さなタイムスケールでは、パルスの形状はかなり複雑になります。典型的に、パルスは二つかそれ以上のサブパルスをもち、これらは  $10 \mu\text{s}$  のタイムスケールでマイクロで複雑な構造を示します。しかしこれらを平均すれば、かなり安定した形状になります。うまく平均して同様の形状となったパルスの到着時間を測定すれば、パルサーが正確な周期をもつことが確認できます。

電波の放射強度は急峻なべき乗則

$$I_\nu \propto \nu^\alpha, \quad \alpha \sim -1.5 \text{ for } \nu < 1 \text{ GHz} \quad (2.6)$$

を描いており、より高周波ではさらに急峻になります。一周期について平均し立体角で積分した、400 MHz で典型的な強度は  $\sim 0.1$  Jy ( $1 \text{ Jy} := 10^{-23} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$ ) です。

多くのパルサーは高度な直線偏光を示し、100% 近いものもあります。直線偏光の量と位置角はパルスをまたいで時間によって頻繁に変化します。

### 2.2.2 周期

周期について正確な観測が行われたものについては、パルサーの周期が安定的に長くなっていくことがわかっています。典型的には、 $\dot{P} \sim 10^{-15} \text{ s s}^{-1}$  です。これは、パルサーはおそらく特性時間  $T := P/\dot{P} \sim 10^7 \text{ yr}$  よりも若いということを示唆します。短い周期をもつパルサーは大きな減速率、短い特性時間をもつ傾向にあります。かにパルサー（周期 0.0331 s）の  $T = 2486 \text{ yr}$  に対して、Hulse-Taylor 連星パルサー（周期 0.059 s）は  $T = 2.17 \times 10^8 \text{ yr}$  です。

パルサーで見られる最も劇的な周期異常は、グリッチと呼ばれる、急激な回転速度の上昇です。例えば、ほ座パルサーについては、1968 年から 1980 年の間に、4 回のグリッチが観測されています。その周期の変化は  $|\Delta P|/P \sim 2 \times 10^{-6}$  です。

グリッチのような大きな周期変化の他に、小さく不規則な周期変動も見られ、タイミングノイズとして知られています。タイミングノイズは、パルスの反復率の低次のゆらぎを表します。これはグリッチの変動の振幅より二桁以上小さい、小さなランダム事象から形成されると考えられています。

\*18 Hulse-Taylor 連星パルサー (PSR 1913+16) が有名ですが、連星パルサーとは少なくとも一方がパルサーである連星のことをいいます。ここでの議論はあくまで連星系としての周期的な運動がパルサーの機構ではないということです。

\*19 このように考えると二つのホットスポットは対蹠的かつ円形であると思われませんが、X 線望遠鏡 NICER (Neutron star Interior Composition Explorer) による観測データから、PSR J0030+0451 について、二つのホットスポットが対蹠的ではなく（少なくとも一方は）円形でもないと推測される、という結果が得られています [12]。

\*20 X 線を放射する X 線パルサーも存在します。

### 2.2.3 分布と超新星残骸との関連

パルサーが私たちの銀河で誕生することは、(i) パルサーが銀河面に集中している、(ii) 銀河系の距離を伝わる信号に特徴的な分散が見られる、ことからわかっています。

銀河面におけるパルサーの角度分布は、超新星残骸のそれとよく似ていますが、平面上の平均スケールハイトは後者がいくらか大きくなっています。このことは、パルサーが超新星爆発によって形成され、そのときに比較的大きな速度を獲得するという仮説と整合しています。PSR 0531+21 と PSR 0833-45 はそれぞれ、かに星雲\*21、ほ座の超新星残骸と関連があります。かに星雲は地球から 2 kpc の位置にあり、可視光で輝く、外へ広がるフィラメント構造と、シンクロトロン放射を出す不規則な領域からなります。かにパルサーがそれまで知られていなかった星雲のエネルギー源であること、そしてパルサーの理論的な年齢が実際の年齢（1980 年時点で 926 yr）とよく一致していることが発見されたことによって、パルサーの回転中性子星モデルは確固たるものとなりました。

## 2.3 距離の推定

パルサーまでの距離  $L$  は、分散量度 (Dispersion Measure;  $DM$ )

$$DM := \int_0^L n_e dl := \langle n_e \rangle L \quad (\text{通常 pc cm}^{-3} \text{ 単位}) \quad (2.7)$$

を用いて推定できます。  $n_e$  は電子の数密度、  $l$  は視線方向の経路長であり、分散量度は、熱的電離ガス中の自由電子の柱密度を表しています。この名前は、電磁波が伝導性の星間物質によって分散されることから来ています。広帯域のパルスは、高周波より低周波で遅く到達します。

定量的に考えてみます。周波数  $\omega$  の電磁波の伝播による、希薄なプラズマ中の電荷  $-e$  の電子の加速は

$$m\ddot{\mathbf{x}} = -e\mathbf{E} \quad (2.8)$$

で与えられます。ここで電場は

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(i\omega t) \quad (2.9)$$

と書かれます。よって

$$\mathbf{x} = \frac{e}{m\omega^2} \mathbf{E} \quad (2.10)$$

が得られます。すると分極は

$$\mathbf{P} = n_e(-e)\mathbf{x} = -\frac{n_e e^2}{m\omega^2} \mathbf{E} \quad (2.11)$$

となります。一方で、分極は誘電率  $\varepsilon$  を用いて

$$\mathbf{P} = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \mathbf{E} \quad (2.12)$$

と表されるので、プラズマ周波数  $\omega_p$  を

$$\omega_p^2 := \frac{4\pi n_e e^2}{m} \quad (2.13)$$

で定義すると

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (2.14)$$

が得られます。

波数  $k$  で伝播する電磁波の位相速度は、

$$v_{\text{ph}} = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\varepsilon^{1/2}} \quad (2.15)$$

です。(2.14) を (2.15) に代入すると、分散関係

$$\omega^2 = \omega_p^2 + k^2 c^2 \quad (2.16)$$

\*21 おうし座にある超新星残骸です。観測で見つかった構造を見てかにの足のようであった（と、見た人が思った）ためにこの名前がついたらしいです。

が得られます。

群速度は

$$v_g = \frac{d\omega(k)}{dk} = c \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)^{1/2} \\ \approx c \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} \right), \quad \omega \gg \omega_p \quad (2.17)$$

です。周波数  $\omega$  を中心とするパルス到達時間  $t_a(\omega)$  と伝播距離  $L$  は

$$t_a(\omega) = \int_0^L \frac{dl}{v_g} \approx \frac{1}{c} \int_0^L \left( 1 + \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} \right) dl = \frac{L}{c} + \frac{2\pi e^2}{mc\omega^2} DM \quad (2.18)$$

という関係にあります。観測される量はパルスの異なる周波数成分の間の時間差  $\Delta t_a(\omega)$  であり

$$\frac{\Delta t_a}{\Delta\omega} = -\frac{4\pi e^2}{mc\omega^3} DM \quad (2.19)$$

という関係から分散量度  $DM$  が得られます。平均電子数密度  $\langle n_e \rangle$  がどれほど実際の数密度を再現できているかという点で不確実性はありますが、 $\langle n_e \rangle$  がわかれば (2.7) を用いてパルサーまでの距離が推定できます。

## 2.4 磁気双極子モデル

ここでは、とてもシンプルではあるがさまざまな観測事実をよく説明できる、磁気双極子モデルを扱います。磁気双極子モデルは、パルサーの放射が回転中性子星の運動エネルギーからいかにして得られるかを明示的に示します。このモデルでは、中性子星は真空中で周波数  $\Omega$  で一様に回転し、回転軸に対して角度  $\alpha$  をもった磁気双極子モーメント  $\mathbf{m}$  をもっていると仮定します。また回転は、それによる球対称でない歪みが無視できる程度に十分遅いと仮定します。

双極子磁場は

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \frac{3\mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{m}) - \mathbf{m}}{|\mathbf{x}|^3} \quad (2.20)$$

と表されます。星の半径を  $R$  とし、磁極での磁場を  $B_p$  とすると

$$B_p = \left| \mathbf{B}(R) \Big|_{\mathbf{n}=\mathbf{m}/|\mathbf{m}|} \right| = \frac{2|\mathbf{m}|}{R^3} \quad (2.21)$$

より

$$|\mathbf{m}| = \frac{B_p R^3}{2} \quad (2.22)$$

となります。このような構成は、無限遠から見て、時間的に変化する双極子モーメントをもっています。よってエネルギーを、放射率

$$\dot{E} = -\frac{2}{3c^3} |\ddot{\mathbf{m}}|^2 \quad (2.23)$$

で放射します。回転軸に平行な単位ベクトル  $\mathbf{e}_{\parallel}$  と、それに垂直かつ互いに垂直な二つの単位ベクトル  $\mathbf{e}_{\perp}$ ,  $\mathbf{e}'_{\perp}$  を用いて、 $\mathbf{m}$  を

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2} B_p R^3 (\mathbf{e}_{\parallel} \cos \alpha + \mathbf{e}_{\perp} \sin \alpha \cos \Omega t + \mathbf{e}'_{\perp} \sin \alpha \sin \Omega t) \quad (2.24)$$

と書けば、

$$\dot{E} = -\frac{B_p^2 R^6 \Omega^4 \sin^2 \alpha}{6c^3} \quad (2.25)$$

が得られます。放射は周期  $\Omega$  で出されます。

(2.25) から、いくつか重要な結論が得られます。まず、放射によって持ち去られるエネルギーは、中性子星の回転運動エネルギー

$$E = \frac{1}{2} I \Omega^2 \quad (2.26)$$

によるものであるということです ( $I$  は慣性モーメント). したがって,

$$\dot{E} = I\Omega\dot{\Omega} \quad (2.27)$$

です. (2.25) より  $\dot{E} < 0$  なので,  $\dot{\Omega} < 0$ , つまりパルサーは減速します. 現在の特性年齢  $T^{*22}$  を

$$T := -\left(\frac{\Omega}{\dot{\Omega}}\right)_0 = \frac{6Ic^3}{B_p^2 R^6 \sin^2 \alpha \Omega_0} \quad (2.28)$$

で定義すれば

$$\begin{aligned} \dot{\Omega} &= -\frac{\dot{E}}{I\Omega} = -\frac{6Ic^3}{B_p^2 R^6 \Omega_0^2 \sin^2 \alpha} \\ \frac{d\Omega}{\Omega^3} &= -\frac{B_p^2 R^6 \sin^2 \alpha}{6Ic^3} dt = -\frac{1}{\Omega_0^2 T} dt \end{aligned} \quad (2.29)$$

両辺を積分して,  $t = 0$  で  $\Omega = \Omega_i$  とすると

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2\Omega^2} &= -\frac{t}{\Omega_0^2 T} - \frac{1}{2\Omega_i^2} \\ \therefore \Omega &= \Omega_i \left(1 + \frac{2\Omega_i^2 t}{\Omega_0^2 T}\right)^{-1/2} \end{aligned} \quad (2.30)$$

が得られます. この式で  $\Omega = \Omega_0$  とすると, パルサーの現在の年齢が

$$\begin{aligned} t &= \frac{T}{2} \left(1 - \frac{\Omega_0^2}{\Omega_i^2}\right) \\ &\approx \frac{T}{2} \quad \text{for } \Omega_0 \ll \Omega_i \end{aligned} \quad (2.31)$$

と表せます.

かにパルサーの 1972 年時点での特性年齢は  $T = 2486$  yr と報告されています. これはその時点での年齢が 1243 yr であることを示唆しています. 実際の年齢は, 超新星爆発が起こったのが 1054 年なので,  $1972 - 1054 = 918$  yr で, とても良く一致しています<sup>\*23</sup>. 重力放射など他のエネルギー損失の機構を考えることで, これをもう少し改善することができます (後述).

次に, 磁気双極子モデルを用いて, かにパルサーのエネルギーを定量的に説明してみます. かにパルサーが質量  $M = 1.4M_\odot$ ,  $R = 12$  km,  $I = 1.4 \times 10^{45}$  g cm<sup>2</sup> の球状中性子星であるとします. (2.26), (2.27) より

$$E = 2.5 \times 10^{49} \text{ erg}, \quad \dot{E} = 6.4 \times 10^{38} \text{ erg s}^{-1} \quad (2.32)$$

となります. ここで, (2.26), (2.27) はエネルギー損失の具体的な機構にはよりません. パルサーが回転中性子星であり, 回転がエネルギー源であるということだけ仮定しています. したがって,  $\dot{E}$  が, 観測されたかに星雲のエネルギー必要量, 約  $5 \times 10^{38}$  erg s<sup>-1</sup> と同等であることは注目すべきことです. この一致を初めて指摘したのは Gold ですが, 周囲の星雲で相対論的に放出された電子を加速する機構が合理的であれば, 超新星爆発後長い間高いエネルギーを維持できたことを説明できる, と指摘しました.

かにパルサーの  $\dot{E}$  の値と (2.25) から, 磁極での磁場が

$$B_p = 5.2 \times 10^{12} \text{ G} \quad (\sin \alpha = 1) \quad (2.33)$$

と得られます. このような値は, 100 G の凍結表面磁場をもつ主系列星が崩壊する際に自然に発生するものです. 半径が  $\sim 10^{-5}$  倍に減少するとき,  $B_p$  は  $\sim 10^{10}$  倍になります. 他のパルサーに対して理論的に導出された表面磁場はこれと同程度の大きさです.

\*22 系の年齢の目安です.

\*23 これで「とても良く一致」しているの?と思われるかもしれませんが, とても単純なモデルを考えていることも思い出してください. 磁気双極子放射による関数  $\Omega(t)$  の一般的なふるまいにのみ依存し, 中性子星の性質は全く考慮していません.

先に述べたように、重力放射を扱ってパルサーの年齢の理論と実際を近づけることを考えてみます。最低次の重力放射は四重極放射なので、中性子星は時間変化する四重極モーメントをもっていなければなりません。中性子星を、わずかに変形した均質な楕円体であると理想化し、慣性モーメントを  $I$ 、扁平率を

$$\varepsilon = \frac{\text{長径と短径の差}}{\text{長径と短径の平均}} = \frac{a-b}{(a+b)/2} \quad (2.34)$$

とすると、重力放射によるエネルギー放出率は

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\text{GW}} &= -\frac{32}{5} \frac{G}{c^5} I^2 \varepsilon^2 \Omega^6 \\ &= 1.4 \times 10^{38} \text{ erg s}^{-1} \left( \frac{I}{1.4 \times 10^{45} \text{ g cm}^2} \right)^2 \left( \frac{P}{0.0331 \text{ s}} \right)^{-6} \left( \frac{\varepsilon}{3 \times 10^{-4}} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.35)$$

となります\*24。 (2.35) を見ると、扁平率が小さければ、 (2.32) のかにパルサーの減速を説明するのに必要な放射を生み出すことができることがわかります。

$\varepsilon$  が一定のとき

$$\dot{E}_{\text{GW}} = I \Omega \dot{\Omega} \propto \Omega^6 \quad (2.36)$$

です。上と同様に

$$T_{\text{GW}} := - \left( \frac{\Omega}{\dot{\Omega}} \right)_0 \quad (2.37)$$

を定義すると、 (2.36) を積分して

$$\Omega = \Omega_i \left( 1 + \frac{4\Omega_i^4}{\Omega_0^4} \frac{t}{T_{\text{GW}}} \right)^{-1/4} \quad (2.38)$$

が得られます。  $\Omega_i$  は  $t=0$  のときの角速度です。  $\Omega = \Omega_0$  とすれば、現在の年齢が

$$t = \frac{T_{\text{GW}}}{4} \left( 1 - \frac{\Omega_0^4}{\Omega_i^4} \right) < \frac{2486}{4} = 621 \text{ yr} \quad (2.39)$$

となって、重力放射だけではかにパルサーの減速は説明できません。しかし重力放射と磁気双極子放射を合わせれば、年齢と減速率を両方ともよく説明することができます。

## 2.5 非真空パルサーモデル

(2.25) の

$$\dot{E} \sim - \frac{B_p^2 R^6 \Omega^4}{c^3} \quad (2.40)$$

が、上で考えた真空磁気双極子モデル以外のモデルでも成立する可能性があります。実際、パルサー表面に平行な強い電場は、星から荷電粒子を引き剥がします。したがって、パルサーは高密度の磁気圏をもたなければなりません。Goldreich と Julian は、磁気双極子モーメントが星の回転軸と揃った場合を調べ、磁気圏にある荷電粒子は光円柱内で閉じた磁力線を通され、パルサーと共回転するはずであると主張しました。

ここで、光円柱とは、パルサーの回転軸を軸とし、共回転速度が光速と等しくなる距離まで半径が伸びた、仮想の円柱です (図 1)。よってこの共回転半径は

$$R_c := \frac{c}{\Omega} = 5 \times 10^9 \text{ Pcm} \quad (2.41)$$

で与えられます。ここで  $P$  はパルサーの周期 (単位 s) です。赤道面で粒子が  $R_c$  に近づくほど、それらは高度に相対論的になります。Gold は、パルサーから観測される高周波は、光円柱付近の相対論的な粒子の放射に由来するのではないかと提唱しました [13]。

Goldreich と Julian のモデルでは磁場は近傍領域、すなわち放射の真空波長よりも短い距離

$$r < \lambda = \frac{c}{\Omega} = R_c \quad (2.42)$$

\*24 この時期に "GW" の文字を見ると Golden Week が恋しくなるかもしれませんが、もちろん Gravitational Wave を表しています。

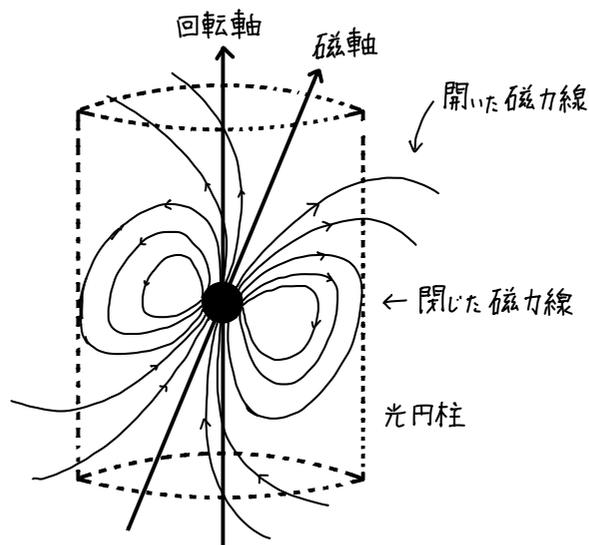


図 1: 光円錐の概念図. 考えているモデルは回転軸と磁軸が揃った場合だが, 図は磁軸を回転軸に対して傾けて描いている.

では, 大きく双極子になっています. したがって

$$B \sim \frac{|m|}{r^3} \sim B_p \left( \frac{R}{r} \right)^3, \quad r < R_c \quad (2.43)$$

となります. ここで  $B_p$  は磁極での磁場の強さ,  $R$  は星の半径です. それ以上の距離では磁場は, 大きさ  $E \sim B$  の垂直電場とエネルギー流束  $S \sim cB^2/(4\pi)$  を伴う外向きの波動場となります. よって全電磁放射率は

$$\dot{E} \sim -(4\pi r^2 S)_{r \sim R_c} \sim -\frac{B_p^2 R^6 \Omega^4}{c^3} \quad (2.44)$$

となり, これは (2.40) と同じものです.

非真空モデルでも, シンクロトロン放射の観測から推察される, 周囲のかに星雲の磁場を自然に説明できる可能性があります. 光円柱を越えた領域のエネルギー密度はもはや回転中性子星と強く結びついていないことは明らかです. もしこの外側の領域で場のエネルギーが粒子のエネルギーより優位である場合, すなわち  $B^2/(8\pi) \gtrsim \varepsilon_p$  のとき, エネルギー保存より

$$c \left( \frac{B^2}{8\pi} \right) \cdot 4\pi r^2 \sim (r \text{ によらない定数}) \quad (2.45)$$

と言えます. かにパルサーでは  $r \sim R_c \sim 10^8 \text{ cm}$  で  $B \sim 10^6 \text{ G}$  なので

$$B \sim \frac{10^{14} \text{ G}}{r(\text{cm})}, \quad r > R_c \quad (2.46)$$

となります. これは  $r \sim 1 \text{ pc}$  で  $B \sim 10^{-4} \text{ G}$  であることを示唆し, 標準的な星雲の磁場の値と一致します [14].

磁場をもつ中性子星が回転すると, その周囲の空間には強力な電場が発生します. Goldreich と Julian は, この電場のために周囲にはプラズマが存在するはずだと主張しました. 以下でこれを見ていきます.

そのモデルでは, 回転中性子星は回転軸に揃った双極子外部磁場をもちます\*25 :

$$\mathbf{B}^{(\text{out})} = B_p R^3 \left( \frac{\cos \theta}{r^3} \mathbf{e}_r + \frac{\sin \theta}{2r^3} \mathbf{e}_\theta \right) \quad (2.47)$$

星を形成する物質は優れた導電体であると仮定すると, 星の内部では

$$\mathbf{E}^{(\text{in})} + \frac{\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}}{c} \times \mathbf{B}^{(\text{in})} = 0 \quad (2.48)$$

\*25 パルスは回転により観測者がビーム内にいる時間とそうでない時間があるために観測されるので, このような軸対称な配置ではパルスが出ません. よって, 磁軸の厳密な配置からのズレを想定する必要があります.

を満たす電場が存在することになります\*26. 表面に電流がないと仮定すると、磁場  $\mathbf{B}$  の垂直成分、平行成分とも星の表面で連続となります。したがって表面のすぐ内側では

$$\mathbf{B}^{(\text{in})} = B_p \left( \cos \theta \mathbf{e}_r + \frac{\sin \theta}{2} \mathbf{e}_\theta \right) \quad (2.49)$$

よって (2.48) から表面のすぐ内側の電場が

$$\mathbf{E}^{(\text{in})} = \frac{R\Omega B_p \sin \theta}{c} \left( \frac{\sin \theta}{2} \mathbf{e}_r - \cos \theta \mathbf{e}_\theta \right) \quad (2.50)$$

と得られます。電場の表面に平行な成分は連続なので、表面のすぐ外側での電場は

$$E_\theta^{(\text{out})} = -\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{R\Omega B_p \sin^2 \theta}{2c} \right) = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{R\Omega B_p}{3c} P_2(\cos \theta) \right] \quad (2.51)$$

となります ( $P_n(x)$  はルジャンドル多項式). 仮に、外側の領域が真空であると仮定してみます。すると、

$$\mathbf{E}^{(\text{out})} = -\nabla \phi \quad (2.52)$$

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (2.53)$$

が成り立ちます。  $r = R$  で境界条件 (2.51) を満たすためには、(2.53) の解は

$$\phi = -\frac{B_p \Omega R^5}{3c r^3} P_2(\cos \theta) \quad (2.54)$$

でなければなりません。すなわち、外部電場は四重極場です。

(2.48) より、星内部では  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$  が成り立っています。しかし、星外部では、(2.47), (2.52), (2.54) より

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = -\frac{R\Omega}{c} \left( \frac{R}{r} \right)^7 B_p^2 \cos^3 \theta \quad (2.55)$$

となります。したがって星表面で磁場  $\mathbf{B}$  に平行な電場の大きさは、およそ

$$E_{\parallel} \sim \frac{R\Omega}{c} B_p \sim 2 \times 10^8 P^{-1} B_{12} \text{ volt cm}^{-1} \quad (2.56)$$

と得られます。ここで  $B_{12}$  は  $10^{12}$  G を単位とする磁場の強さです。このような強い電場は、表面で電子とイオンの両方に、重力よりもはるかに大きな力を与えることとなります。例えば陽子について見ると

$$\frac{\text{電気力}}{\text{重力}} \sim \frac{eR\Omega B_p/c}{GMm/R^2} \sim 10^9 \gg 1 \quad (2.57)$$

となります。そのため、星の表面から粒子が引き剥がされ、星の周囲にプラズマの領域、すなわち磁気圏が作られることとなります。真空解は不安定だということです。

光円柱の内側では、強い磁場によりプラズマは星と共回転します。この内部で閉じた磁気圏は完全な導電性をもつ内部の延長として機能します。磁力線が光円柱を超えた領域（開いた磁気圏）では、この磁力線に沿って荷電粒子が流出でき、中性子星のエネルギーが失われます。

## 2.6 パルサー放射機構

パルサーが中性子星の回転エネルギーを観測されるパルスに変換する機構は、あまりわかりません。パルス放出の基本的な要件のいくつかは以下の通りです：

1. 中性子星に対して向きを固定した、比較的細いビームを放射する必要がある。ビームは遠くの観測者から見て経度で  $\lesssim 10^\circ$  でなければならず、この幅は数十年にわたって一定でなければならない。さらに、ビームの形状と経度は様々な回転周期に対して安定でなければならない。

\*26 オームの法則  $\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}/c)$  で  $\sigma = \infty$  とすればこの式が得られます。

2. その放射機構はかなり電波と可視光の周波数で、かなり広帯域の放射を発生させる必要がある。電波パルスは  $\gtrsim 100$  MHz の帯域幅をもつ。
3. その放射過程は、電波、可視光、X 線帯で観測される光度や輝度温度を生み出すものでなければならない。
4. 電波の波長では、放射は周波数にほぼ依存しない強い直線偏光を示し、長い時間間隔でも安定していることが必要である。

放射領域の輝度温度  $T_b$  は

$$I_\nu =: B_\nu(T_b) \quad (2.58)$$

で定義されます。ここで、 $I_\nu$  は放射強度 ( $\text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1}$ )、 $B_\nu$  はプランク分布です。 $h\nu \ll k_B T_b$  のときは、レイリー-ジーンズ則

$$I_\nu = \frac{2\nu^2}{c^2} k_B T_b \quad (h\nu \ll k_B T_b) \quad (2.59)$$

となります。

観測されているパルサーの電波輝度は、円錐形のビームと適切な距離を仮定すると、 $10^{25} - 10^{28} \text{erg s}^{-1}$  の範囲となります。 $t \lesssim 10^{-3} \text{s}$  を典型的なパルス時間として、放射領域の大きさを  $\sim (ct)^2 \sim 10^{15} \text{cm}^2$  と仮定すると、

$$I_\nu \sim 10^4 - 10^7 \text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1} \quad (2.60)$$

$$T_b \sim 10^{23} - 10^{26} \text{K} \quad (2.61)$$

$$k_B T_b \sim 10^{17} - 10^{22} \text{eV} \quad (2.62)$$

が得られます。インコヒーレント放射の場合、粒子のエネルギーを  $E_p$  として  $k_B T_b \leq E_p$  が成り立っています。しかし、(2.62) から要求される粒子のエネルギー  $E_p$  はとても大きいです。このような大きなエネルギーをもつ粒子はとても超高周波で放射し、電波帯ではありません。その結果、コヒーレント放射のメカニズムが必要であることがわかりました。コヒーレント放射では、全強度が、一つの粒子が放射する強度の  $N^2$  倍になります ( $N$  はコヒーレントに放射する粒子数)。このようなコヒーレンスは観測される X 線および可視光のパルス放射では要求されません。

## 2.7 超流動

二体状態の粒子の形成を促すような相互作用をもつ多体フェルミオン系は、超流動状態への相転移を起こす可能性があります。このようなフェルミオン対の凝縮が金属の超伝導状態で実際に起こっていることを示したのが BCS 理論です。BCS 理論によれば、金属内の電子はフォノンを媒介にした引力により、反対向きの運動量と反対向きのスピンをもった電子が Cooper 対を形成します [5]。

基本的な核の相互作用は距離が離れていると引力的になるので、同様のペアリング機構が高密度ハドロン物質（例えば、実験室の原子核や中性子星物質）でも起こり得ます。強く縮退したフェルミオン系では、ペアリングは主にフェルミ面付近の状態間で起こります。重い原子核や中性子星では、 $n_n/n_p$  比が大きいため、 $n-n$  と  $p-p$  の対を考えるだけでよく、反対の運動量の状態が  $n$  と  $p$  で異なるフェルミ面に存在します。

中性子のペアはボソンなので、その挙動は液体ヘリウム中の  $^4\text{He}$  に似ているとされています。これは  $T_c = 2.17 \text{K}$  より低温で超流動状態になり、特に、粘性のない流れになります。つまり、純粋な超流体の運動エネルギーは、容器の壁や流体自体の摩擦によって散逸されることがありません。

中性子星の場合、熱エネルギー  $k_B T$  がペア状態への相転移に伴う潜熱  $\Delta$ （超流動エネルギーギャップ）より小さい場合、同様の振る舞いが起こる可能性があります。ギャップパラメータ  $\Delta$  は、相互作用の強さ、ひいては密度に依存します。標準核密度程度 ( $\rho \lesssim 2.8 \times 10^{14} \text{g cm}^{-3}$ ) において、冷たい核物質では中性子も陽子もペアリング転移を起こし、 $\Delta \sim 1 - 2 \text{MeV}$  であることがわかっています。したがって若い中性子星を除く全ての中性子星で予想される比較的低い温度 ( $\lesssim \text{keV}$ ) では、中性子星の内殻と内部で中性子の超流動が見られると予想されています。

また、内部の陽子も対になっており、それゆえ超伝導状態になると予想されています。一方で、中性子星では電子とフォノンの結合が弱すぎるために、電子は超伝導にならないと考えられています。

中性子星内部 (5 節) では、少なくとも次の三つの異なるハドロン超流動が存在すると示唆されています：

1. 内殻 ( $4.3 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3} < \rho < 2 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ ) では、自由中性子が  $^1S_0$  状態に対になり、中性子過剰核の中で超流動体を形成する可能性がある
2. 原子核が溶解して中性子と陽子の縮退流体となった量子液体領域 ( $\rho \gtrsim 2 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ ) では、中性子流体が  $^3P_2$  状態に対になっている可能性がある
3. 量子液体中の陽子は  $^1S_0$  状態で超伝導状態であると思われる

ハドロン超流動と超伝導にはいくつかの重要な帰結があり、それらがいくつかの観測的結果につながると思われていますが、質量や半径にはほとんど影響を与えません。これは、ペアリングのエネルギーが中性子流体領域の全相互作用エネルギーの1%以下であり、状態方程式にほとんど影響しないためです。

超流動の重要な物理的帰結としては(a) 熱的效果、(b) 磁気効果、(c) 流体力学的効果があります。

### 2.7.1 熱的效果

超流動体や超伝導体の熱容量は、十分に低い温度では通常の縮退した気体の熱容量よりもはるかに小さくなります。実際、バリオンを励起するためにはまずBCSペアを分解しなければならない(エネルギー $\Delta$ を消費する)ため、熱容量は $\exp[-\Delta/(k_B T)]$ のように変化します。この熱容量の減少が、中性子星の冷却時間を短くします。しかし電子などの通常の成分は熱容量に完全に寄与しているので、超流体の効果はいくらか減少されます。

これらの効果を相殺するように、通常成分と超流動成分間の摩擦相互作用が回転エネルギーの熱放散をもたらし、中性子星の冷却時間を増加し得ます [11]。

### 2.7.2 磁気効果

中性子星内部では、自由粒子が存在しているために超伝導陽子は第二種超伝導体であると考えられています [9]。すなわち、磁場が超伝導体を貫いています。その結果、殻と内部の帯電した成分が磁場によって結びつけられ、共回転します。しかし超流動中性子は、殻や帯電成分とは弱い結合しかしていません。さて、荷電粒子成分は放射の反作用によって常に減速しています。そうすると、超流動中性子は常に平均して中性子星より速く回転しているはずです。通常成分(荷電成分)からなる外殻と超流動中性子との間の弱い摩擦力が二つの成分を結合し、回転エネルギーの一部を摩擦熱に変換します。荷電成分と超流動成分の剛体回転への緩和は、パルサーの周期(すなわち、荷電成分の周期)の急激な変化ののち、数日から数年かかることがあります。この力学的挙動が、かにパルサーやほ座パルサーのグリッチを説明するいくつかのモデルの基礎となっています。

### 2.7.3 流体力学的効果

中性子星の自転のために、超流動中性子流体には渦が不連続に並ぶことになります。これらの渦は回転軸に平行で、それぞれ量子化された循環

$$\oint \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = \frac{h}{2m_n} \quad (2.63)$$

をもちます。ここで $\mathbf{v}$ は流体の速度です。

微視的には、流体は各渦糸の中心部以外では回転しないように動いています。すなわち $\nabla \times \mathbf{v} = 0$ です。一方で多くの渦糸を平均すると、平均流体速度 $\langle \mathbf{v} \rangle$ は一様回転の場合の関係

$$\nabla \times \langle \mathbf{v} \rangle = 2\Omega \quad (2.64)$$

を満たします\*27。(2.63)、(2.64)とストークスの定理から、単位面積あたりの量子化された渦糸の個数が

$$n_v = \frac{4\Omega m_n}{h} = 1.9 \times 10^5 \text{ cm}^{-2} \quad (\text{かにパルサーに対して}) \quad (2.65)$$

となります\*28。渦糸間の平均的な間隔は $n_v^{-1/2} \sim 10^{-2} \text{ cm}$ で、これは星の半径に比べてかなり小さいです。これは、 $\langle \mathbf{v} \rangle$ を考慮すれば、超流動体は剛体回転していると扱えるというマクロな視点を正当化するものです。

\*27 液体Heについてですが、[7]に詳しい説明があります。

\*28  $\frac{h}{2m_n} = \langle \oint \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} \rangle = \iint (\nabla \times \langle \mathbf{v} \rangle) \cdot d\mathbf{S} = 2\Omega \cdot S$

### 3 TOV 方程式

一般相対論における基礎方程式は Einstein 方程式

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu} \quad (3.1)$$

です。ここで  $g_{\mu\nu}$  は計量テンソル,  $R_{\mu\nu}$  は Ricci テンソル,  $R$  はスカラー曲率を表し,

$$\kappa = \frac{8\pi G}{c^4} \quad (3.2)$$

です。球対称な時空は

$$ds^2 = -e^\nu c^2 dt^2 + e^\lambda dr^2 + r^2 d\Omega^2 \quad (3.3)$$

という計量で記述できます。物質は完全流体であるとする、エネルギー運動量テンソルは

$$T_{\mu\nu} = (P + \rho c^2) \frac{u_\mu u_\nu}{c^2} + P g_{\mu\nu} \quad (3.4)$$

で与えられます。  $u^\mu := dx^\mu/d\tau$  は 4 元速度 ( $\tau$  は固有時間),  $\rho c^2$  はエネルギー密度,  $P$  は圧力です。力学平衡解では 4 元速度  $u^\mu$  は

$$u^\mu = (ce^{-\nu/2}, 0, 0, 0) \quad (3.5)$$

ととれます。時間によらない力学平衡解を求めるために,  $\nu, \lambda, \rho, P$  を  $r$  のみの関数とすると, Einstein 方程式のうち独立なものは三つあり, そのうちの二つは

$$e^{-\lambda} \left( \frac{1}{r} \frac{d\lambda}{dr} - \frac{1}{r^2} \right) + \frac{1}{r^2} = \kappa \rho c^2 \quad (3.6)$$

$$e^{-\lambda} \left( \frac{1}{r} \frac{d\nu}{dr} + \frac{1}{r^2} \right) - \frac{1}{r^2} = \kappa P \quad (3.7)$$

です。また物質の運動方程式

$$T^{\mu\nu}{}_{;\nu} = 0 \quad (3.8)$$

のうち非自明な式は  $r$  方向の

$$\frac{dP}{dr} + \frac{P + \rho c^2}{2} \frac{d\nu}{dr} = 0 \quad (3.9)$$

のみです。(3.6), (3.7), (3.9) は独立です。

(3.6) を変形して積分すると

$$e^{-\lambda} = 1 - \frac{2Gm}{c^2 r} \quad (3.10)$$

$$m = 4\pi \int_0^r \rho r'^2 dr' \quad (3.11)$$

が得られます。(3.7) と (3.9) とから  $\nu$  を消去すると

$$\frac{dP}{dr} + \frac{P + \rho c^2}{2} \left( \kappa P r e^\lambda + \frac{e^\lambda - 1}{r} \right) = 0 \quad (3.12)$$

が得られます。これに (3.10) を代入すると

$$\frac{dP}{dr} = -\rho \frac{Gm}{r^2} \left( 1 + \frac{P}{\rho c^2} \right) \left( 1 + \frac{4\pi P r^3}{m c^2} \right) \left( 1 - \frac{2Gm}{r c^2} \right)^{-1} \quad (3.13)$$

が得られます。これを Tolman-Oppenheimer-Volkoff 方程式, 略して TOV 方程式と呼びます<sup>\*29</sup>。

<sup>\*29</sup> この導出は [1] を参考にしましたが, この方程式は [15] で導かれました。

## 4 状態方程式

状態方程式とは、熱力学において状態量の間関係のことをいいます。ここでは圧力  $P$  と密度  $\rho$  の間関係を考えます。これらはともに星の中心からの距離  $r$  の関数です。

### 4.1 状態方程式の「硬さ」

状態方程式には「硬さ」という概念があります。物質を圧縮した（密度を上昇させた）ときの圧力上昇が大きいと、物質は硬くて潰しにくいので、その状態方程式は「硬い」と言われます。一方で、密度を上昇させたときの圧力上昇が小さいと、物質は軟らかくて潰しやすいので、その状態方程式は「軟らかい」と言われます（図 2）。

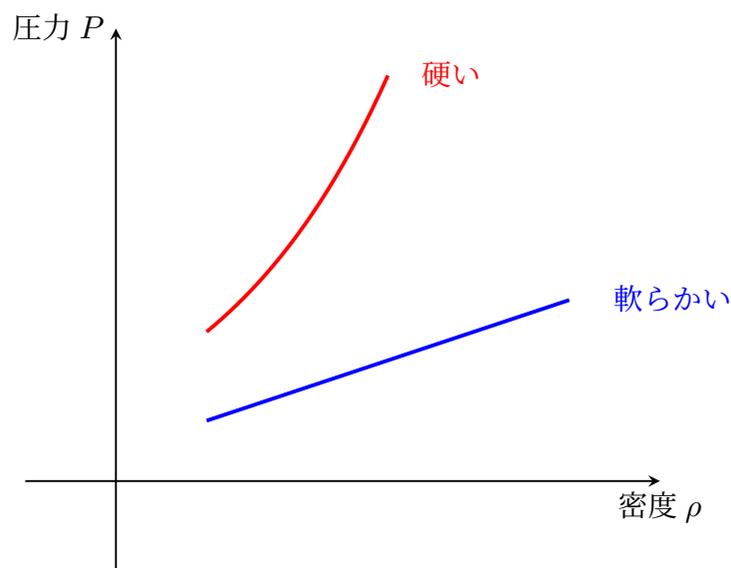


図 2: 硬い状態方程式（赤）と軟らかい状態方程式（青）

### 4.2 中性子ドリップ以上の密度での状態方程式

中性子ドリップ  $\rho_{\text{drip}} \approx 4 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3}$  より高密度での状態方程式は、 $\rho \sim \rho_{\text{drip}}$  から  $\rho_{\text{nuc}}$  まではそれなりに理解されています。核平衡状態にある物質は、クーロン力による格子の中にある中性子過剰核と電子、そして自由中性子から構成されます。密度が高くなるにつれて自由中性子が全圧力に占める割合が大きくなります。そして  $\rho \sim \rho_{\text{nuc}}$  で原子核は溶解し、合体し始めます。一方で  $\rho_{\text{nuc}}$  以上の高密度領域は、あまりよく分かっていません。この領域での圧力は強い力で相互作用する核子（主に中性子）によって支配されています。中性子とわずかな割合の陽子、電子に加えて、他の素粒子や共鳴状態<sup>\*30</sup>が存在する可能性があります。

$\rho \sim \rho_{\text{nuc}}$  の非相対論的領域における状態方程式の計算には、(i) 核子間相互作用の核ポテンシャルの決定と、(ii) 多体問題の適切な解法の発見という二つの問題があります。ただしポテンシャルは核子-核子散乱のデータなどによってある程度制限されます。超高密度においては、組成にかなりの数のハイペロン<sup>\*31</sup>が含まれることが予想され、核子間相互作用は相対論的に扱わなければならなくなります。

現在までに考えられている状態方程式には、中性子や陽子の超流動、 $\pi$  中間子凝縮、中性子固化、クォーク物質への相転移、 $\Delta$  共鳴など多くの不確定要素があります。

<sup>\*30</sup> 高エネルギーのハドロン粒子の反応では、生成される粒子が基底状態のままである弾性散乱に加えて、粒子がエネルギーを吸収して、その励起状態に励起される非弾性散乱（たとえば  $e^- + p \rightarrow e^- + \Delta^+$ ）が起こるようになります。こうして生成される励起状態は、強い相互作用によって崩壊するものが多く、不安定な状態です。（ $\Delta$  粒子の場合は  $\Delta \rightarrow \pi N$  へと崩壊）。このような状態を共鳴状態とよびます [4]。

<sup>\*31</sup> s クォークを含むバリオンのことです。

### 4.3 代表的な状態方程式

中性子星の性質は、上で述べたような中性子ドリップ以上の密度領域での平衡状態方程式に敏感です。表 1 に、中性子ドリップ以上の状態方程式の代表的なモデルをまとめます。

#### 4.3.1 中性子理想気体

最も簡単な取り扱い、系を相互作用のない理想中性子気体として扱うというものです\*32。ゼロ温度の中性子気体を考えます。フェルミ運動量を

$$E_F =: (p_F^2 c^2 + m_n^2 c^4)^{1/2} \quad (4.1)$$

で定義すると、数密度は

$$n_n = \frac{2}{h^3} \int_0^{p_F} 4\pi p^2 dp = \frac{8\pi}{3h^3} p_F^3 \quad (4.2)$$

となります。無次元のフェルミ運動量  $x$  を

$$x = \frac{p_F}{m_n c} \quad (4.3)$$

で定義すると、

$$n_n = \frac{1}{3\pi^2 \lambda_n^3} x^3 \quad (4.4)$$

と表せます。ただし  $\lambda_n = \hbar/(m_n c)$  は中性子のコンプトン波長です。

圧力は次式で与えられます：

$$\begin{aligned} P_n &= \frac{1}{3} \frac{2}{h^3} \int_0^{p_F} \frac{p^2 c^2}{(p^2 c^2 + m_n^2 c^4)^{1/2}} 4\pi p^2 dp \\ &= \frac{8\pi m_n^4 c^5}{3h^3} \int_0^x \frac{x^4}{(1+x^2)^{1/2}} dx \\ &= \frac{m_n c^2}{\lambda_n^3} \phi(x) \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\phi(x) = \frac{1}{8\pi^2} \left\{ x(1+x^2)^{1/2} \left( \frac{2}{3}x^2 - 1 \right) + \ln \left[ x + (1+x^2)^{1/2} \right] \right\} \quad (4.6)$$

エネルギー密度は同様に

$$\begin{aligned} \varepsilon_n &= \frac{2}{h^3} \int_0^{p_F} (p^2 c^2 + m_n^2 c^4)^{1/2} 4\pi p^2 dp \\ &= \frac{m_n c^2}{\lambda_n^3} \chi(x) \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\chi(x) = \frac{1}{8\pi^2} \left\{ x(1+x^2)^{1/2} (1+2x^2) - \ln \left[ x + (1+x^2)^{1/2} \right] \right\} \quad (4.8)$$

と計算できます。圧力のほとんどが縮退中性子の寄与による場合、密度はふつう静止質量によって決まり、

$$\rho_0 = n_n m_n = \frac{m_n}{3\pi^2 \lambda_n^3} x^3 \quad (4.9)$$

となります。(4.6), (4.9) から理想縮退気体の状態方程式  $P = P(\rho_0)$  が  $x$  をパラメータとして得られます。Oppenheimer と Volkoff がこの状態方程式を TOV 方程式と一緒に採用して解析を行いました [15]。

\*32 自由中性子のみを考えているので、中性子ドリップ密度以上でなくても成立する取り扱いではありません。また固有の量を変えれば、他のフェルミオンに対しても使えます。

### 4.3.2 Baym-Bethe-Pethick 状態方程式

Baym, Bethe, そして Pethick (BBP) は、以前から利用されていた半経験的質量公式を改善しました。まず、この密度領域では原子核は中性子が豊富であるので、原子核内の物質は外の自由中性子気体に似ていると考えました。次に、原子核外部の自由中性子気体が原子核の表面エネルギーを減少させ、原子核の内部の物質が外部と同じになったとき、表面エネルギーが消えると考えました。さらに、核格子クーロンエネルギーの効果をより注意深く取り入れました。

BBP の取り扱いには原子核の圧縮性液滴モデルに基づいていて、密度を

$$\varepsilon = \varepsilon(A, Z, n_N, n_n, V_N) = n_N(W_N + W_L) + \varepsilon_n(n_n)(1 - V_N n_N) + \varepsilon_e(n_e) \quad (4.10)$$

と書きました。\$n\_N\$ は原子核の数密度、\$n\_n\$ は原子核の外の中性子の数密度、\$V\_N\$ は原子核の体積です。また \$W\_N\$ は原子核の静止質量を含む原子核のエネルギー、\$W\_L\$ は格子エネルギーです。また \$\varepsilon\_n\$、\$\varepsilon\_e\$ はそれぞれ中性子気体、電子気体のエネルギー密度を表します。これらの量を用いると、荷電中性条件より

$$n_e = Zn_N \quad (4.11)$$

が成り立ちます。またバリオン数密度は

$$n = An_N + (1 - V_N n_N)n_n \quad (4.12)$$

と表せます。また、\$n\_n\$ は原子核の外側の体積 \$V\_n\$ の中の自由中性子数 \$N\_n\$ を用いて定義されます：

$$n_n = \frac{N_n}{V_n} = \frac{N_n}{V(1 - V_N n_N)} \quad (4.13)$$

\$V\$ は \$N\_n\$ 個の中性子と \$n\_N V\$ 個の原子核を含む体積です。

平衡状態は \$n\$ を固定して \$\varepsilon\$ を最小化することで決定されます。\$\varepsilon\$ は五変数に依存するので、\$n\$ を固定したことで四つの独立条件となります。

一つ目の条件は、陽子数 \$n\_N Z\$、核内の中性子数 \$n\_N(A - Z)\$、原子核が占める体積の割合 \$n\_N V\_N\$、原子核の外の中性子が占める体積の割合 \$n\_n(1 - V\_N n\_N)\$ といった決まった値を考慮することで得られます。最適な \$A\$ は、\$n\_N Z\$、\$n\_N A\$、\$n\_N V\_N\$、\$n\_n\$ を固定したまま \$A\$ を変化させて \$\varepsilon\$ を最小化することで決定されます。これは \$\varepsilon\_n\$ を固定することを意味し、また \$n\_e\$ は固定されているので、\$\varepsilon\_e\$ を固定することになります。ここで

$$x := \frac{Z}{A} \quad (4.14)$$

を定義します。すると \$n\_N = (\text{定数})/A\$ なので、(4.10) より

$$\frac{\partial}{\partial A} \left( \frac{W_N + W_L}{A} \right)_{x, n_N A, n_N V_N, n_n} = 0 \quad (4.15)$$

となります。これは物理的には、原子核内の核子あたりのエネルギーが最小化されなければならないということです。

二つ目の条件は、原子核が \$\beta\$ 崩壊、つまり \$Z\$ の変化に対して安定でなければならないことです。したがって \$A\$、\$n\_N\$、\$V\_N\$、\$n\_n\$ を固定して、\$Z\$ を変化させて \$\varepsilon\$ を最小化します。\$\mu\_e\$ を電子の化学ポテンシャルとして

$$\frac{\partial}{\partial Z} (\varepsilon_e(n_e)) = \frac{d\varepsilon_e}{dn_e} \frac{\partial n_e}{\partial Z} = \mu_e n_N \quad (\because (4.11)) \quad (4.16)$$

となるので、(4.10) より

$$\mu_e = -\frac{\partial}{\partial Z} (W_N + W_L)_{A, n_N, V_N, n_n} \quad (4.17)$$

が得られます。この式は核の化学ポテンシャルの言葉で書き換えることができます。核内の中性子の化学ポテンシャル \$\mu\_n^{(N)}\$ は原子核に中性子を加えるのに必要な最小エネルギーで

$$\mu_n^{(N)} = \frac{\partial}{\partial A} (W_N + W_L)_{Z, n_N, V_N, n_n} \quad (4.18)$$

と表せます。同様に、核内の陽子の化学ポテンシャルは、 $A - Z$  を固定して

$$\begin{aligned}\mu_p^{(N)} &= \frac{\partial}{\partial Z}(W_N + W_L)_{A-Z, n_N, V_N, n_n} \\ &= \frac{\partial}{\partial Z}(W_N + W_L)_{A, n_N, V_N, n_n} + \frac{\partial}{\partial A}(W_N + W_L)_{Z, n_N, V_N, n_n} \quad \left( \because \frac{\partial A}{\partial Z} = 1 \right)\end{aligned}\quad (4.19)$$

となります。したがって  $\beta$  安定性条件 (4.17) は

$$\mu_e = \mu_n^{(N)} - \mu_p^{(N)} \quad (4.20)$$

という形になります。

三つ目の条件は、自由中性子気体が原子核内の中性子と平衡状態にあることです。つまり、中性子気体から原子核へ中性子をエネルギーなしで輸送できなければならないという条件です。これは  $Z, n_N, V_N, n$  を固定して、 $A$  を動かして  $\varepsilon$  を最小化することになります。この条件下で (4.12) を  $A$  で微分すると

$$\begin{aligned}0 &= n_N + (1 - V_N n_N) \frac{\partial n_n}{\partial A} \\ \therefore \frac{\partial n_n}{\partial A} &= -\frac{n_N}{1 - V_N n_N}\end{aligned}\quad (4.21)$$

が得られます。ここで、(4.12) より

$$\frac{\partial}{\partial A} \Big|_{Z, n_N, V_N, n} = \frac{\partial}{\partial A} \Big|_{Z, n_N, V_N, n_n} + \frac{\partial n_n}{\partial A} \frac{\partial}{\partial n_n} \Big|_{Z, n_N, V_N, A} \quad (4.22)$$

が成り立ちます。 $W_L$  は  $n_n$  によらないので、(4.10) を  $A$  で微分すると

$$\begin{aligned}\frac{\partial \varepsilon}{\partial A} &= n_N \frac{\partial}{\partial A}(W_N + W_L)_{Z, n_N, V_N, n_n} + \frac{\partial n_n}{\partial A} \left[ n_N \frac{\partial W_N}{\partial n_n} \Big|_{Z, n_N, V_N, A} + \frac{d\varepsilon_n}{dn_n} (1 - V_N n_N) \right] \\ n_N \mu_n^{(N)} - \frac{n_N}{1 - V_N n_N} \left[ n_N \frac{\partial W_N}{\partial n_n} \Big|_{Z, n_N, V_N, A} + (1 - V_N n_N) \frac{d\varepsilon_n}{dn_n} \right] &= 0\end{aligned}\quad (4.23)$$

となります。あるいは、自由中性子の化学ポテンシャルを

$$\mu_n^{(G)} := \frac{n_N}{1 - V_N n_N} \frac{\partial W_N}{\partial n_n} \Big|_{Z, A, n_N, V_N} + \frac{d\varepsilon_n}{dn_n} \quad (4.24)$$

で定義すれば

$$\mu_n^{(N)} = \mu_n^{(G)} \quad (4.25)$$

と表せます。(4.24) の第一項は、中性子気体に中性子が加えられたときの核の表面項の変化に対応し、第二項は体積項の変化に対応しています。実際、外側の中性子気体が占める単位体積あたりの原子核のエネルギーは

$$\frac{(n_N V) W_N}{V_n} = \frac{n_N}{1 - V_N n_N} W_N \quad (4.26)$$

であり、これは (4.24) において微分されている量です。

四つ目の平衡条件は、中性子気体と原子核の圧力のつりあいです：

$$P^{(G)} = P^{(N)} \quad (4.27)$$

これは  $Z, A, n_N, N_n/V = n_n(1 - V_N n_N)$  を固定して  $V_N$  について  $\varepsilon$  を最小化することで導かれます。 $n_n = (\text{定数}) / (1 - V_N n_N)$  なので、

$$\frac{\partial n_n}{\partial V_N} = \frac{n_n n_N}{1 - V_N n_N} \quad (4.28)$$

を得ます。また、

$$\frac{\partial}{\partial V_N} \Big|_{Z, A, n_N, n_n(1 - V_N n_N)} = \frac{\partial}{\partial V_N} \Big|_{Z, A, n_N, n_n} + \frac{\partial n_n}{\partial V_N} \frac{\partial}{\partial n_n} \Big|_{Z, A, n_N, V_N} \quad (4.29)$$

が得られます。したがって (4.10) を  $V_N$  で微分することで

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial V_N} &= n_N \frac{\partial}{\partial V_N} (W_N + W_L)_{Z,A,n_N,n_n} + n_N \frac{\partial n_n}{\partial V_N} \frac{\partial W_N}{\partial n_n} \Big|_{Z,A,n_N,V_N} + n_n (1 - V_N n_N) \frac{\partial}{\partial V_N} \left( \frac{\varepsilon_n}{n_n} \right) \\ 0 &= n_N \frac{\partial}{\partial V_N} (W_N + W_L)_{Z,A,n_N,n_n} + n_N \frac{\partial n_n}{\partial V_N} \frac{\partial W_N}{\partial n_n} \Big|_{Z,A,n_N,V_N} + n_n (1 - V_N n_N) \frac{\partial n_n}{\partial V_N} \frac{\partial}{\partial n_n} \left( \frac{\varepsilon_n}{n_n} \right)_{Z,A,n_N,V_N} \end{aligned} \quad (4.30)$$

を得ます。

$$P^{(N)} = - \frac{\partial}{\partial V_N} (W_N + W_L)_{Z,A,n_N,n_n} \quad (4.31)$$

であり, (4.24) と (4.28) を使って

$$P^{(G)} = n_n \mu_n^{(G)} - \varepsilon_n \quad (4.32)$$

と定義すると, (4.30) から

$$\begin{aligned} 0 &= -n_N P^{(N)} + n_N \frac{n_n n_N}{1 - V_N n_N} \frac{\partial W_N}{\partial n_n} \Big|_{Z,A,n_N,V_N} + n_n (1 - V_N n_N) \frac{n_n n_N}{1 - V_N n_N} \left( \frac{1}{n_n} \frac{d\varepsilon_n}{dn_n} - \frac{\varepsilon_n}{n_n^2} \right) \\ 0 &= -P^{(N)} + n_n \left( \frac{n_N}{1 - V_N n_N} \frac{\partial W_N}{\partial n_n} \Big|_{Z,A,n_N,V_N} + \frac{d\varepsilon_n}{dn_n} \right) - \varepsilon_n \\ \therefore P^{(N)} &= n_n \mu_n^{(G)} - \varepsilon_n = P^{(G)} \end{aligned} \quad (4.33)$$

が得られます。

状態方程式を計算するためには,  $W_N$ ,  $W_L$ ,  $\varepsilon_n$ ,  $\varepsilon_e$  の関数形を特定しなければなりません。BBP は核物質の圧縮性液滴モデルを用い,

$$W_N = A[(1-x)m_n c^2 + x m_p c^2 + W(k,x)] + W_C + W_S \quad (4.34)$$

としました。  $W_C$  はクーロンエネルギー,  $W_S$  は表面エネルギーであり,  $W(k,x)$  は核子数密度が

$$n = \frac{2k^3}{3\pi^2} \quad (4.35)$$

であるバルク核物質の核子あたりのエネルギーです。この  $W(k,x)$  は核子間相互作用の効果は含みますが, 表面効果とクーロン相互作用は含みません。原子核の中では,  $n = A/V_N$  です。一貫した記述のため,  $W(k,x)$  を中性子気体にも適用します。つまり,  $x(=Z/A) = 0$  として

$$\varepsilon_n = n_n [W(k_n, 0) + m_n c^2] \quad (4.36)$$

と表します。ここで

$$n_n = \frac{2k_n^3}{3\pi^2} \quad (4.37)$$

です。なお,  $W(k,x)$  は様々な  $k$  や  $x$  の極限について行われた多体計算の結果に合わせることで得られます。

BBP が用いた表面エネルギー  $W_S$  は, 中性子気体の密度が原子核の密度に等しくなったときに消えるように構成されています。また  $W_C$  の主要項は  $3Z^2 e^2 / (5r_N)$  で, これは一様に帯電した半径  $r_N$  の球のクーロンエネルギーです ( $V_N := 4\pi r_N^3 / 3$ )。BBP はこの主要項に格子エネルギーを組み合わせ

$$W_{C+L} = \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{r_N} \left(1 - \frac{r_N}{r_c}\right)^2 \left(1 + \frac{r_N}{2r_c}\right) \quad (4.38)$$

を得ました。ここで,

$$\frac{4\pi}{3} n_N r_c^3 := 1 \quad (4.39)$$

です。

電子に対する理想縮退フェルミ気体近似はとても優れていて、それに対する補正はすでに  $W_L$  に含まれているので、 $\varepsilon_e$  に対しては通常の超相対論的極限の結果

$$\varepsilon_e = \frac{\hbar c}{4\pi^2} (3\pi^2 n_e)^{4/3} \quad (4.40)$$

をとります。

以上のように関数形が与えられれば、平衡条件 (4.15), (4.20), (4.25), (4.27) を用いて状態方程式を構成できます。また圧力は

$$P = P^{(G)} + P_e + P_L \quad (4.41)$$

で与えられます。

BBP の結果の特徴は以下の通りです：

1. 密度が上がるにつれて、全圧に対する自由中性子の寄与の割合が急激に高くなる。  $\rho \sim \rho_{\text{drip}}$  では、圧力はほとんど電子による寄与であったが、  $\rho = 1.5 \times 10^{12} \text{ g cm}^{-3}$  では  $P^{(G)}/P = 0.20$ 、  $\rho = 1.5 \times 10^{13} \text{ g cm}^{-3}$  では  $P^{(G)}/P = 0.80$  である。
2. 中性子ドリップが近づくと断熱指数が  $\Gamma \approx 4/3$  になり、それより少し高密度で  $\Gamma$  は急激に減少する。BBP はこれを

$$\Gamma = \frac{4}{3} \left[ 1 - a(\rho - \rho_{\text{drip}})^{1/2} \right] \quad (a > 0) \quad (4.42)$$

で与えられることを示した。

3. 原子核が  $\rho \sim 2.4 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$  まで存在することを見出した。この密度より高密度では格子は消え原子核は液体になる。
4.  $2.4 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$  以上では、電子の化学ポテンシャルは  $\mu_e \gtrsim 104 \text{ MeV} \approx m_\mu c^2$  を満たしている ( $m_\mu$  は  $\mu$  粒子の静止質量)。よって状態方程式に  $\mu$  粒子の寄与を含めなければならない。BBP は  $\sim 5 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$  で計算を終わらせており、これ以上の密度では標準的な核物質理論がもはや適切ではない。

#### 4.3.3 The Bethe-Johnson 状態方程式

Bethe と Johnson (BJ) は、Pandharipande の最低次の変分法 (後述) を用いました。核の相互作用については、Reid が用いたポテンシャルと同様の形式 (後述)、すなわち範囲や強さが異なる湯川関数の和を採用しました。ポテンシャルの中の係数は、実験的な核子-核子散乱データにフィットするように各部分波で別々に調整しました。

ベクトル中間子 (全スピン 1, 奇パリティ) の交換は斥力を、スカラー中間子 (全スピン 0, 偶パリティ) の交換は引力を誘起します。質量が最も小さい三つのベクトル中間子は  $\rho(769 \text{ MeV}/c^2)$ ,  $\omega(783 \text{ MeV}/c^2)$ ,  $\phi(1019 \text{ MeV}/c^2)$  です。この中で、 $\omega$  中間子が最も強く核子と結合します。したがって BJ は  $\omega$  中間子のみを、 $\sim \mu_\omega^{-1} = \hbar/(m_\omega c) = 0.25 \text{ fm}$  の範囲で導入しました。 $\omega$  中間子はアイソスカラー ( $T = 0$ ) なので、斥力核は二核子系において全アイソスピン  $T$  とは独立でなければなりません。Reid と BJ のポテンシャルの主な違いの一つは、 $\omega$  中間子を介した斥力核の取り込みです。

したがって BJ のポテンシャルは

$$V_{\text{BJ}}(r) = \sum_j C_j \frac{e^{-jx}}{x} + V_{\text{T}}(r) \quad (4.43)$$

$$x := \mu r, \quad \mu := \frac{m_\pi c}{\hbar} \quad (4.44)$$

の形で表されます。係数  $C_j (j \neq 1)$  は実験データに合うように選びます。 $C_1$  とテンソル相互作用  $V_{\text{T}}(r)$  は理論的な  $1 - \pi$  中間子交換ポテンシャルモデル (OPEP) から得られます。(4.43) では、擬スカラー  $\pi$  中間子の交換によりポテンシャルの長距離引力部分 (主な引力は  $j = 2$  すなわち  $2 - \pi$  中間子交換で、範囲は  $j^{-1} \times \mu_\pi^{-1} \approx 5.5 \mu_\omega$ ) を得ており、係数  $C_j$  が負の湯川項が得られます。一方で、主要な斥力項は

$$V_\omega := g_\omega^2 \frac{e^{-\mu_\omega r}}{r} \quad (4.45)$$

で与えられます。(4.43)の  $j$  は, Reid ポテンシャルと違い, 全て整数とは限らず,  $V_\omega$  は  $j = 5.5$  に対応します. BJ ポテンシャルは実験的な位相のずれ, 核物質の束縛エネルギー, 重陽子の四重極モーメントを Reid ポテンシャルと同じくらい正確に再現しますが, BJ の状態方程式は, より現実的な斥力核を考慮したために Reid ポテンシャルから得られる状態方程式に比べてはるかに硬くなります.

また BJ は, 多体系の手法を用いて,  $n, p, \Lambda, \Sigma, \Delta$  からなるハイペロン液体の研究を行いました. 彼らのモデルでは, 典型的な中性子星の密度  $n \lesssim 2 \text{ fm}^{-3}$  において質量が  $< 1250 \text{ MeV}$  の軽いハイペロンが現れることを発見しました. 位相空間において新しいセルが使えること, それに対応してフェルミ海が下がることによって, 状態方程式がわずかに軟かくなります.

新しい粒子の出現がどのように状態方程式に組み込まれているかを示すために, 理想  $n$ - $p$ - $e$  気体での  $\mu$  粒子の出現について調べます. 普通,  $\mu$  粒子は次の反応により電子へ崩壊します:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e \quad (4.46)$$

電子のフェルミエネルギーが十分に大きいときには, 電子が  $\mu$  粒子になる方がエネルギー的に有利であり,  $\mu$  粒子と電子は平衡状態

$$\mu^- \leftrightarrow e^- \quad (4.47)$$

にあります (やはりニュートリノは系外へ逃げていくと仮定). この平衡状態は

$$\mu_\mu = \mu_e \quad (4.48)$$

と表すことができ, これにより負電荷が保存していることが確認できます.  $n, p, e$  の間の平衡状態は

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e \quad (4.49)$$

を要求します. 一方で, 荷電中性条件から

$$n_p = n_e + n_\mu \quad (4.50)$$

が成り立つ必要があります. よって理想気体について

$$m_\mu c^2 (1 + x_\mu^2)^{1/2} = m_e c^2 (1 + x_e^2)^{1/2} \quad (4.51)$$

$$m_n c^2 (1 + x_n^2)^{1/2} = m_p c^2 (1 + x_p^2)^{1/2} + m_e c^2 (1 + x_e^2)^{1/2} \quad (4.52)$$

$$(m_p x_p)^3 = (m_e x_e)^3 + (m_\mu x_\mu)^3 \quad (4.53)$$

$$\rho = \frac{m_n}{\lambda_n^3} \chi(x_n) + \frac{m_p}{\lambda_p^3} \chi(x_p) + \frac{m_e}{\lambda_e^3} \chi(x_e) + \frac{m_\mu}{\lambda_\mu^3} \chi(x_\mu) \quad (4.54)$$

が得られます.  $\mu$  粒子が現れる臨界の条件は  $n_\mu = 0$  で, すなわち  $x_\mu = 0$  です. 電子はかなり相対論的なので,  $x_e \gg 1$  としてよいです. すると (4.51), (4.52), (4.53) は

$$m_\mu = m_e x_e \quad (4.55)$$

$$m_n (1 + x_n^2)^{1/2} = m_p (1 + x_p^2)^{1/2} + m_e x_e \quad (4.56)$$

$$m_p x_p = m_e x_e \quad (4.57)$$

となります. したがって

$$x_n = \left\{ \left[ \frac{(m_p^2 + m_\mu^2)^{1/2} + m_\mu}{m_\mu} \right]^2 - 1 \right\}^{1/2} = 0.4986 \quad (4.58)$$

$$x_p = \frac{m_\mu}{m_p} = 0.1126 \quad (4.59)$$

$$x_e = \frac{m_\mu}{m_e} = 206.8 \quad (4.60)$$

$$\rho = 8.21 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3} \quad (4.61)$$

が得られます.

#### 4.3.4 その他の状態方程式

表 1 にあるモデルのうち、上で説明していないものについて簡単に触れておきます。

二核子系における  $^1S_0$  状態の位相のずれが、エネルギー約 260 MeV 付近で正から負になることが、散乱データにより示されました。これは、低エネルギーでは強い引力がはたらくにもかかわらず、高エネルギーでは斥力になることを意味します。この斥力コアの取り扱い、模型に大きく依存します。到達距離 0.4 ~ 0.5 fm 辺りの硬いコア半径に、強い（無限大の強さの）斥力ポテンシャルを用いる堅い斥力コア模型や、有限の大きさの斥力ポテンシャルを導入するソフトコアを用いる模型などが採用されています [4]。

二核子の相互作用において、ポテンシャルがせいぜい運動量の一次までに依存することを許した場合の一般的な表式は

$$V = \underbrace{V_C(r)}_{\text{中心力}} + V_T(r) \underbrace{S_{12}}_{\text{テンソル演算子}} + \underbrace{V_{LS}(r)}_{\text{スピン軌道相互作用}} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \quad (4.62)$$

です。Reid は、各非結合状態 ( $J = L$  の状態と  $^3P_0$  状態) に対して異なる中心力ポテンシャル  $V_C(r)$  を採用しました [17]。

Pandharipande は、Jastrow 型の試行波動関数

$$\Psi = \prod_{mi < nj} \left( \sum_l f_{mn}^l(r_{ij}) P^l \right) \prod_m A \prod_i \phi_{mi}(r_i) \quad (4.63)$$

を用いて、二体相関の効果を取り入れて変分計算を行いました。ただし、エネルギー期待値  $E$  のクラスター展開を二体までで打ち切っています（最低次変分法） [18]。（表 1 三行目）

Pandharipande と Smith は、スピンの平行な中性子からなる層がそれと反平行な中性子からなる層と交互に重なった配置について調べました。この配置では  $\pi^0$  凝縮を起こすのですが、一個の  $\pi$  中間子交換によるテンソル力では中性子の固体を安定化するには弱すぎることを示しました。しかし、 $\pi^0$  凝縮が中性子を  $\Delta^0$  状態に励起し、これが有効テンソル力を大きくし得て、この励起を考慮したモデル計算では固体状態が液体状態よりもエネルギーが下がりうることを示しました [19]。（表 1 五行目）

Friedman と Pandharipande はハミルトニアンに二核子および三核子相互作用を含めて変分法を用いました。二核子相互作用は短距離成分、中距離成分、 $\pi$  中間子の到達範囲成分からなります。また三核子相互作用ポテンシャルは粒子間の距離と三核子のつくる三角形の角度に依存するようにつくられています [20]。（表 1 六行目）

表 1: 中性子ドリップ以上の密度での代表的な状態方程式 [8]

状態方程式	組成	相互作用	多体系の扱い
中性子理想気体	n	なし	相互作用しない中性子
Baym-Bethe-Pethick	$e^-$ , n, 平衡核種	Reid ソフトコア	圧縮性液滴モデルから 構築された質量公式
Reid	n	核物質に適応した Reid ソフトコア	相関関数への変分原理応用
Bethe-Johnson	$n, \rho, \Lambda, \Sigma^{\pm,0},$ $\Delta^{\pm,0}, \Delta^{++}$	修正 Reid ソフトコア	制約付き変分法
テンソル相互作用	n	$\pi$ 中間子交換テンソル 相互作用による核引力	制約付き変分法
三核子相互作用	n	二核子および三核子 相互作用	制約付き変分法

#### 4.4 $\pi$ 中間子凝縮による状態方程式の軟化

$\pi$  中間子と核子の間の強い相互作用の効果を無視すると、高密度核物質中で

$$n \rightarrow p + \pi^- \quad (4.64)$$

の反応による負に帯電した  $\pi$  中間子の形成の基準は

$$\mu_n - \mu_p = \mu_e \quad (4.65)$$

が  $\pi^-$  の静止質量  $m_\pi = 139.6 \text{ MeV}$  を超えることです。  $\rho \sim \rho_{\text{nuc}}$  で  $\mu_e \sim 100 \text{ MeV}$  なので、いくらか高密度では、 $\pi^-$  の出現が期待されます。このことは、少なくとも二つの重要な結果をもたらします：(i) 状態方程式が軟らかくなることと(ii) ニュートリノによる中性子星の冷却率が大きくなることです。

スピン0をもつ  $\pi$  中間子は、十分に低い温度で Bose-Einstein 凝縮 (BEC)<sup>\*33</sup> を起こします。理想的な凝縮はたくさん運動エネルギー0の状態のボソンからなります。転移温度  $T_c$  を決めるため、質量  $m$  のボソンの化学ポテンシャルの最大値が  $\mu = mc^2$  であることに注意します。与えられた数密度  $n$  に対して、 $T_c$  は  $\mu = mc^2$  とすることで得られます。よって

$$n = \frac{g}{h^3} \int \frac{1}{\exp[(E - mc^2)/k_B T_c] - 1} d^3p \quad (4.66)$$

です。低温では非相対論的近似が使えて

$$E - mc^2 = \frac{p^2}{2m} \quad (4.67)$$

とできます。無次元の変数を

$$z := \frac{p^2}{2mk_B T_c} \quad (4.68)$$

と定義すると

$$n = \frac{g}{h^3 2^{1/2} \pi^2} (mk_B T_c)^{3/2} \underbrace{\int_0^\infty \frac{z^{1/2}}{e^z - 1} dz}_{\frac{\pi^{1/2}}{2} \zeta(\frac{3}{2})} \quad (4.69)$$

となるので

$$T_c = \frac{2\pi}{[\zeta(3/2)]^{3/2}} \frac{1}{mk_B} \left(\frac{n}{g}\right)^{2/3} \hbar^2 \quad (4.70)$$

が得られます。

$T < T_c$  のとき、正の運動エネルギーを持つ粒子は (4.66) で  $T_c$  を  $T$  に置き換えた式に従って分布します。  $n \sim T_c^{3/2}$  なので

$$n(z > 0) = n \left(\frac{T}{T_c}\right)^{3/2} \quad (4.71)$$

であり、残りの粒子は全て  $z = 0$  の最低状態

$$n(z = 0) = n \left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^{3/2}\right] \quad (4.72)$$

です。  $z = 0$  状態の粒子は運動量をもっていない（凝縮は物理空間ではなく、運動量空間です）ので、圧力に寄与しません。  $T \rightarrow 0$  では、ほとんど全てのボソンがこの状態にあります。したがって  $\pi$  中間子凝縮が軟らかい状態方程式を結論する理由がはっきりしました。

$\pi$  中間子凝縮の効果を簡単に取り扱うために、  $T = 0$  における  $n$ - $p$ - $e$  理想気体を考えます<sup>\*34</sup>。ただし、 $\pi^-$  は閾値を超えると生成されるとします。平衡条件は

$$\mu_n - \mu_p = \mu_e = \mu_\pi \quad (4.73)$$

\*33 ある転移温度以下で、一つの一粒子エネルギー固有状態を、体積に比例する個数のボソンが占める現象です。

\*34 以下で現れる量の定義は 4.3.1 目を参考にしてください。

です。これより

$$m_n(1+x_n^2)^{1/2} - m_p(1+x_p^2)^{1/2} = m_e(1+x_e^2)^{1/2} \quad (4.74)$$

$$m_e(1+x_e^2)^{1/2} = m_\pi \quad (4.75)$$

が得られます。(4.75)では、 $T=0$ において凝縮した $\pi$ 中間子の運動エネルギーが0であることを用いました。また荷電中性条件より

$$n_e + n_\pi = n_p \quad (4.76)$$

が要求されます。よって

$$\frac{1}{3\pi^2\lambda_e^3}x_e^3 + n_\pi = \frac{1}{3\pi^2\lambda_p^3}x_p^3 \quad (4.77)$$

が得られます。そしてバリオン数密度、質量密度、圧力は以下のように得られます。

$$n = \frac{1}{3\pi^2\lambda_n^3}x_n^3 + \frac{1}{3\pi^2\lambda_p^3}x_p^3 \quad (4.78)$$

$$\rho = \frac{m_e}{\lambda_e^3}\chi(x_e) + \frac{m_p}{\lambda_p^3}\chi(x_p) + \frac{m_n}{\lambda_n^3}\chi(x_n) + m_\pi n_\pi \quad (4.79)$$

$$P = \frac{m_e c^2}{\lambda_e^3}\phi(x_e) + \frac{m_p c^2}{\lambda_p^3}\phi(x_p) + \frac{m_n c^2}{\lambda_n^3}\phi(x_n) \quad (4.80)$$

(4.75)で $x_e \gg 1$ とすると、 $\pi^-$ 生成の閾値が

$$x_e = \frac{m_\pi}{m_p} = 273.2 \quad (4.81)$$

で起こることがわかります。閾値では $n_\pi = 0$ であるから、(4.77)より

$$x_p = \frac{m_\pi}{m_p} = 0.1488 \quad (4.82)$$

が得られます。さらに(4.74)より

$$x_n = 0.5843 \quad (4.83)$$

が得られます。したがって(4.79)より

$$\rho_\pi = 1.36 \times 10^{15} \text{ g cm}^{-3} \quad (4.84)$$

が得られます。 $\rho < \rho_\pi$ では $\pi^-$ が現れず、 $n$ - $p$ - $e$ 理想気体として扱うことができます。 $\rho > \rho_\pi$ では $x_e$ が定数であり続けるので、 $\rho$ が大きくなっていても $n_e, P_e$ は定数であり続けます。負電荷のうち、静止質量密度には寄与するが圧力には寄与しない $\pi$ 中間子の割合が増加していきます。したがって、状態方程式は軟かくなります。

ここで少し注意しておくことがあります。平衡状態では

$$\pi^+ + \pi^- \leftrightarrow 2\gamma \leftrightarrow \pi^0 \quad (4.85)$$

であるので、

$$\mu_{\pi^0} = 0 \quad (4.86)$$

$$\mu_{\pi^+} = -\mu_{\pi^-} = -\mu_e < 0 \quad (4.87)$$

となります。よって $\pi^+$ と $\pi^0$ に対して、分布関数は

$$f = \frac{1}{\exp[(E - \mu)/k_B T] - 1} \rightarrow 0 \quad (T \rightarrow 0) \quad (4.88)$$

を満たします。ただし $E$ は粒子の静止質量を含みます。したがって、 $\pi^+$ と $\pi^0$ は $T=0$ の理想気体には存在しません。同様に、 $\pi^-$ の存在は $K^-$ や他の全ての帯電した中間子の存在を排除します( $\pi^-$ は最も質量の小さい負に帯電したボソンです)。さらに同様に、陽電子や反バリオンも排除されます。しかし、相互作用を考慮に入れると、これらの結論はもはや厳密には有効でなくなります。特に、 $\pi^0$ の凝縮の可能性を考慮しなければいけません [8].

## 5 中性子星の構造とモデルの比較

TOV 方程式 (3.13) に異なる状態方程式を採用して、得られた中性子星のモデル同士を比較することができます。すると、いくつかの一般的な性質が見られます：

1. 硬い状態方程式は、軟らかい状態方程式よりも星の最大質量が大きくなる
2. 質量が同じであるとき、硬い状態方程式から得られる星の方が、軟らかい状態方程式から得られる星よりも中心密度が低く、半径が大きく、はるかに厚い殻をもつ
3. もし  $\pi$  中間子凝縮 (4.4 項) が起こっているなら、同じ質量に対してより中性子星を収縮させ、最大質量を減少させる傾向がある

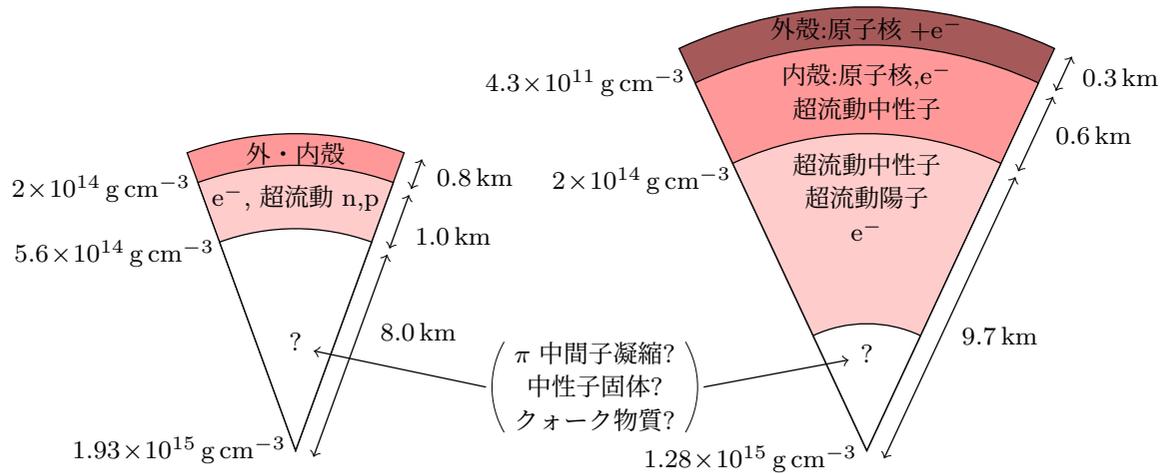


図 3: Reid 型ポテンシャルによる軟らかい状態方程式 (左) と TNI による硬い状態方程式 (右) から計算した質量  $1.4 M_{\odot}$  の中性子星の断面図 [8]

図 3 には、Reid 型ポテンシャルによる軟らかい状態方程式 (左)、TNI (Three-Nucleon Interaction；三核子相互作用) による硬い状態方程式 (右) から計算された質量  $1.4 M_{\odot}$  の中性子星の断面図を示しました\*35。密度によって状態方程式に異なる領域が出現することに起因して、層状の構造になっています。これらの層は以下のように識別することができます：

1. 「表面」 ( $\rho \lesssim 10^6 \text{ g cm}^{-3}$ )；温度と磁場が状態方程式に大きな影響を与える領域。
2. 「外殻」 ( $10^6 \text{ g cm}^{-3} \lesssim \rho \lesssim 4.3 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3}$ )；重い原子核のクーロン格子が相対論的縮退気体と  $\beta$  平衡で共存する固体領域。
3. 「内殻」 ( $4.3 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3} \lesssim \rho \lesssim (2 - 2.4) \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ )；中性子過剰核の核子，超流動中性子気体，電子気体からなる。
4. 「中性子液体」 ( $(2 - 2.4) \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3} \lesssim \rho \lesssim \rho_{\text{core}}$ )；主に超流動中性子を含み，超流動陽子と電子の割合は小さい。
5. 「核」領域；この領域が星の中に存在するかしないかは， $\pi$  中間子凝縮が起こるかどうか，あるいはある臨界値  $\rho_{\text{core}}$  以上の密度で中性子固体やクォーク物質など，中性子液体とは物理的に異なる相への転移があるかどうかにかかっている。

状態方程式が硬ければ，比較的大質量な  $1.4 M_{\odot}$  の中性子星の中心密度は  $\lesssim 10^{15} \text{ g cm}^{-3}$  です。実際，最も大質量で安定な中性子星でも， $\rho_c \lesssim (2 - 3) \times 10^{15} \text{ g cm}^{-3}$  です。したがってクォーク物質や他のエキゾチックな物質への相転移の可能性は考えにくいですが，しかし，白色矮星，中性子星の先に，三つ目の安定な分岐として「クォーク星」の存在の可能性が残されています。

\*35 この図は [8] の Figure 9.4 を参考に手書きするつもりでしたが，班長が Tikz で作ってくれました。

## 参考文献

- [1] 高原文郎 「宇宙物理学：星・銀河・宇宙論」(朝倉書店, 2015)
- [2] 山田章一 「超新星」(日本評論社, 2016)
- [3] 田崎晴明 「統計力学 II」(培風館, 2008)
- [4] 永江知文 「ハドロン物理学入門」(裳華房, 2020)
- [5] 山田一雄, 大見哲巨 「超流動」(培風館, 1995)
- [6] B. Povh, K. Rith, C. Scholz, F. Zetsche 著 柴田利明 訳 「素粒子・原子核物理入門」(シュプリンガー・ジャパン, 2011)
- [7] R.P. Feynman 著 西川恭治 監訳 「ファインマン統計力学」 (シュプリンガー・ジャパン, 2009)
- [8] S.L. Shapiro & S.A. Teukolsky, "Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars," *Wiley*, 1983.
- [9] L. Rezzolla, P. Pizzochero, D. I. Jones, N. Rea & I. Vidaña, "The Physics and Astrophysics of Neutron Stars," *Springer*, 2018.
- [10] A. Yahil, 1983. "Self-Similar Stellar Collapse," *Astrophys. J.* 265, 1047.
- [11] G. Greenstein, 1979. "Pulsar Timing Observations, X-Ray Transients and the Thermal/Timing Instability in Neutron Stars," *Astrophys. J.* 231, 880.
- [12] T. E. Riley et al., 2019. "A NICER View of PSR J0030+0451: Millisecond Pulsar Parameter Estimation," *Astrophys. J. Lett.* 887, L21.
- [13] T. Gold, 1968. "Rotating Neutron Stars as the Origin of the Pulsating Radio Sources," *Nature.* 218, 731.
- [14] M. Ruderman, 1972. "Pulsars: Structure and Dynamics," *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 10, 427.
- [15] J.R. Oppenheimer & G.M. Volkoff, 1939. "On Massive Neutron Cores," *Phys. Rev.* 55, 374.
- [16] G. Baym, H.A. Bethe & C.J. Pethick, 1971. "Neutron Star Matter," *Nucl. Phys. A.* 175, 225.
- [17] R.V. Reid, 1968. "Local Phenomenological Nucleon-Nucleon Potentials", *Ann. of Phys.* 50, 411.
- [18] V.R. Pandharipande, 1971. "Hyperonic Matter," *Nucl. Phys. A.* 178, 123.
- [19] V.R. Pandharipande & R.A. Smith, 1975. "A Model Neutron Star with  $\pi^0$  Condensate," *Nucl. Phys. A.* 237, 507.
- [20] B. Friedman & V.R. Pandharipande, 1981. "Hot and Cold, Nuclear and Neutron Matter," *Nucl. Phys. A.* 361, 502.