

力学系とは

力学系 (Dynamical System) とは力学現象に限らず時間と共に状態が変化する系のことを指します。力学系を記述する際には**微分方程式**が用いられます。微分方程式は、解が具体的に求められないことが多々あります。そうした時にも具体的に解を求めることなく、解の性質 (十分時間が経った後どうなるかなど) を考えるのが、力学系の議論です。力学系では位置や速度などの状態変数を軸にとった**相空間**上での流れをみるとわかりやすいです。

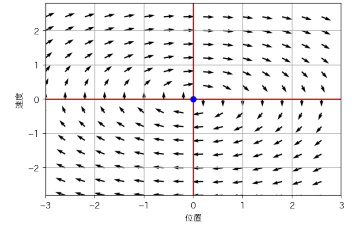
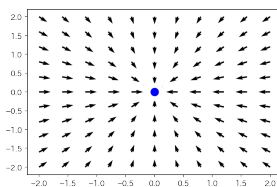


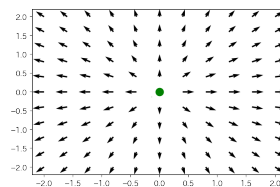
Figure 1. バネの運動の流れ

固定点周りの挙動

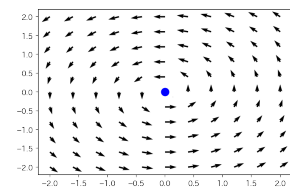
流れが0の点を**固定点**と呼びます。固定点の近くの状態になったとき、系は (a) 固定点に近づいたり (**安定固定点**)、(b) 固定点から離れて行ったり (**不安定固定点**)、(c) 固定点の周りを回り続けたり (これも離れてはいかないので安定です)、と様々な挙動を起こすと予想できます。力学系ではこのうち系がどのような動きをするのか予想することができます。しかしながら一筋縄ではいかず、**線形化**という手法を用いて解けない方程式を解ける方程式に近似したり、**リアプノフ関数**というものを考えだしたりとその系に合った方法で分析する必要があります。



(a) 固定点に近づく



(b) 固定点から離れる



(c) 固定点周りを回る

Figure 2. 固定点周りの挙動

リミットサイクル

力学系で現れる特徴的な軌道に**リミットサイクル**があります。この軌道は、初期状態をある範囲のどこにとっても、結局は同じある特定の周期運動に収束するといった軌道です。リミットサイクルは、外的要因によって少しずつ変えられてもしばらくしたら元の周期運動に戻るといった頑強性があります。生体内の心臓の拍動、ホルモン分泌の周期的リズムなどは頑強性 (恒常性) を持っているため、リミットサイクルで表せます。

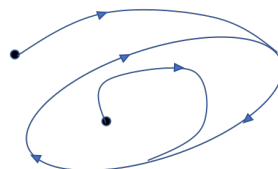


Figure 3. リミットサイクルの例