

様々な2準位系と、量子コンピュータって実際何やってるのか

文責: Physics Lab. 2023 量子班 松本悠汰

2023年5月9日

1 はじめに

本記事は、量子コンピュータって物理的には何をしているのか？を説明すべく、量子力学の基礎に触れ、2準位系の説明をした後、超伝導量子回路とイオントラップを例に、量子コンピュータとして使うための物理について解説しています。超伝導量子回路については [14] を、イオントラップについては [16] を参照しつつ、自分の言葉でまとめたつもりです。

また、読者はいったん高校物理を履修した人を想定していますが、大学の物理を解説に使う必要があります。そのパートに必要な知識は細かく解説せず、EMAN の物理学 [1] を見ていただくことを想定して書いています。こちらはめっちゃわかりやすいので、本記事でふれたパート以外の項も一読することをお勧めします(私も大学に入る前、後に限らず、さんざんお世話になっています)

量子コンピュータのアルゴリズム的な側面にも深く立ち入っていないため、気になる方は量子コンピューティング by NRI Advent Calendar 2021 [2] や、歴代の量子コンピュータアドベントカレンダー [3] を読むとよいと思います。日本語の入門記事を含む数々の良記事がまとめられています。より詳しく知りたい方は、弊大の量子コンピュータの講義資料 [4] をみたり、Qiskit Textbook [5] を読みつつ、自分の手を動かすと理解できます。

2 量子力学の基礎知識

2.1 量子とは

量子とは、電子、光など、すごく小さいために特殊な性質を持っているものについて、その性質に着目して呼ぶときの呼び方である。



図 1: ある写真 (Bing Image Creator を用いて作成)

例えば、上記の写真は何かと問われたとき、「りんご」と呼ぶ人が多いだろう。いわゆる「りんご」と呼ばれるものは、赤くて甘く、りんごの木になる実のことを指す。しかし、われわれが良く食べるこの木の実を、「果物」と呼ぶこともできる。果物は農林水産省が定義を示してはいるが、われわれが果物と呼ぶときは、甘い木の実という性質に着目して物体を呼びたいときである。つまり、りんごのことを果物と呼ぶのは、りんごの甘くて木になる実の一種であるという事実フォーカスして話したいときである。

量子も同様で、光や電子など、我々が生きるサイズスケール (1 m) にたいして十分小さい (10^{-10} 程度小さい) ものについて、小ささゆえに我々の生きるスケールでは見えにくい諸性質が現れ、それに着目するときに量子という呼び方を使うのである。

2.2 量子の特徴と量子力学の作法

今回は量子の中でも、定常的なものに絞って議論する (時間変化するものでないもの)

このような量子の性質は、シュレディンガー方程式を解くと導くことができる。

時間に依存しないシュレディンガー方程式は

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\mathbf{x})\right)\psi(\mathbf{x}) = E_n\psi(\mathbf{x})$$

のようにあらわすことができ、これを解くと量子の取りうる状態がわかる。

定常的な量子は、飛び飛びの状態をとり、それぞれの状態ごとに決まったエネルギーをとる。

たとえば、高校物理をやった読者なら、ボーアモデルで水素原子のエネルギー準位を導いた記憶があるだろう。

水素原子をまわる電子のエネルギー準位は、ボーアモデルだと

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}$$

となり (導出略)、異なる整数値ごとに固有のエネルギーをとったのだった。

これも上記の時間に依存しないシュレディンガー方程式を解くと厳密に求められ、上記のエネルギーは固有値として出てくる。そして、ボーアモデルで出てきた整数値は主量子数として出てきて、これに対応して各主量子数のときに量子がどんな状態をとっているかという情報を持つ、量子状態が得られる。

これは、先ほどのシュレディンガー方程式でいう $\psi(x)$ の計算結果として出て、各主量子数ごとに異なる計算結果となる。

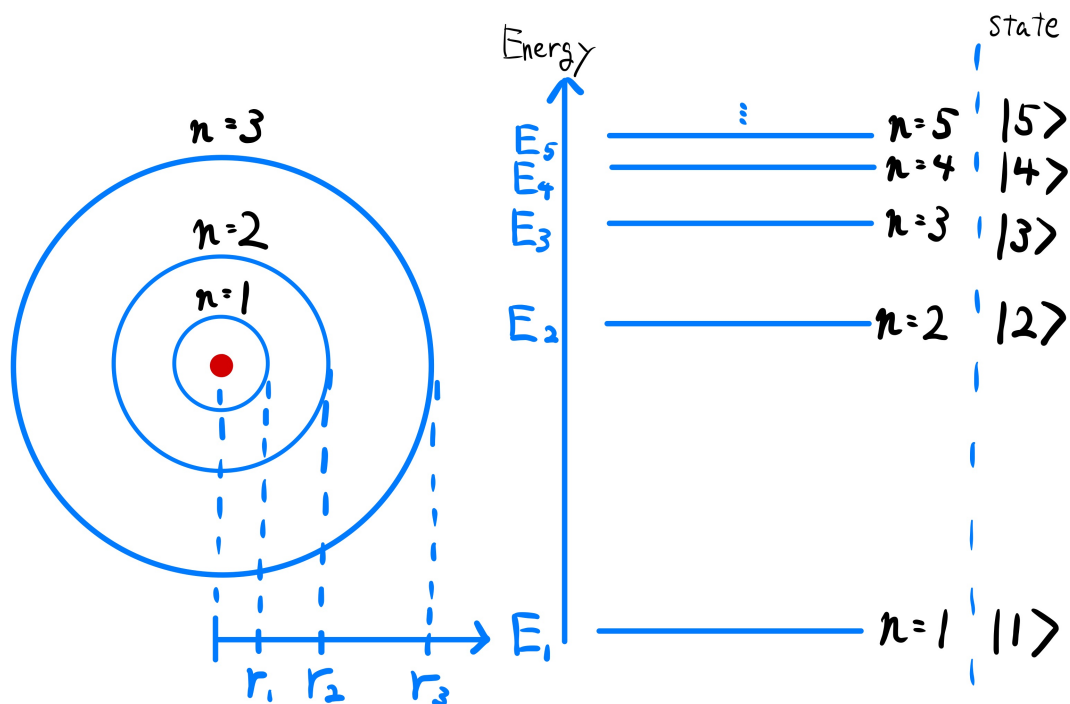


図 2: 水素原子のエネルギー準位の模式図

具体的な形は触れないが、異なるエネルギー固有値に対応する量子状態は、内積をとると 0 になる。そのため、このような量子状態を

$$|0\rangle, |1\rangle$$

のようにあらわしていく。この記事では、

$$|0\rangle, |1\rangle$$

はそれぞれ 0 番目、1 番目に低いエネルギー準位に対応する量子状態を表すこととする。^{*1}

EMAN 先生の記事 [9] を読むとわかるように、これらの中身は位置などを変数にもつ関数であり、2 乗して変数の取りうる範囲について積分すると 1 になるように規格化されている。

この記法では、それを

$$\langle 0|0\rangle = 1$$

のように書く。(複素共役をとって 2 乗し、積分する計算を簡略化してこのように書く。)

^{*1} 水素原子のエネルギー準位を物理で考えるときには 1 から順に番号付けすることが多いですが、量子情報では制御する 2 つの準位を 0,1 で定めます。今回は後者に合わせるという意味です

さらに、量子状態ではこれらの重ね合わせと呼ばれる状態をとることができ、

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle + \dots$$

のようにあらわせる。

これも規格化されており、

$$\langle\psi|\psi\rangle = 1$$

のように書く。

3 2 準位系と量子コンピュータ

ここまでわかれば、2 準位系とは何かを理解するのはたやすい。

2 準位系とは、上記の

$$|0\rangle, |1\rangle$$

の2つの量子状態をとる系のことを指す。もっといえば、これらの2つの準位を制御しつつとらせて、

$$|2\rangle, |3\rangle, \dots$$

のような準位をとらないように制御できるような系のことを指すことが多い。

$$|0\rangle, |1\rangle$$

は先ほども述べたように、量子の0番目、1番目に低いエネルギー準位に対応する量子状態を指すため、 $|0\rangle$ のときは基底状態に、 $|1\rangle$ のときは第一励起状態になるという呼び方をすることもある。

一方、量子状態として2つの状態しかとらない系もあり、これに $|0\rangle$ や $|1\rangle$ を割り当てて表現することもある。

3.1 2 準位系の具体例たち

2 準位系のうち、量子状態として2つの状態をとるものの例は

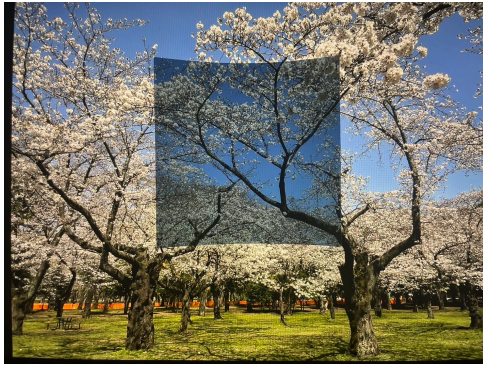
- ・ 光の偏光
- ・ 電子のスピン

などがあげられる。

前者について軽く説明する。

光は横波 (進行方向に対して垂直に振動する波) である (正確には電場と磁場についての波である)

このとき、(特に電場について、) 光がどちらの方向に向いているかについて、縦向きを $|0\rangle$ 、横向きを $|1\rangle$ のように決めてあげて、量子状態として区別できる。



(a) 偏光板の写真1



(b) 偏光板の写真2

図3

上の写真のように、電子端末から出た光は、振動の方向がそろっており、偏光板を通すと光の強さが違って見ることが取れる。

偏光板は、ある方向に偏光 (ある方向に振動) している光を通し、それに垂直な光は通さないという観測装置である。

よって、上の写真では、光の偏光の方向と偏光板の向きがそろっているときに光を通し、垂直な時に光を遮っている。

後者の電子スピンについては、シュテルンゲルラッハの実験などが有名である。

一方、複数の準位のうち制御しやすい2つの準位を取り出したものとしては、

- ・原子 (イオントラップ、冷却原子など)
- ・超伝導量子回路
- ・NV センターダイヤモンド

などがあげられる。

前者2つについては以下で、NV センターダイヤモンドは、本年度 Physics Lab. 2023 量子班のポスター等で解説している。

現在量子コンピュータの研究において、最も使用されているのはこの超伝導量子回路を用いた系である。

3.2 量子コンピュータ

量子コンピュータはこの2つの準位を制御して計算する計算機のことを指す。^{*1}

古典コンピュータでは、情報を 1 bit に対して 0,1 で保持している。古典的情報の 0 を電圧が 0, 古典的情報の 1 を電圧が十分大きいという 2 状態で物理的に表現し、トランジスタなどを用いて計算している。

量子コンピュータにおいて、一般の量子状態は

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

^{*1} 量子アニーリングを用いたコンピュータなども量子コンピュータといわれます。今回は 2 準位を制御して任意の行列をかけて計算するような量子計算機に絞って議論します。

のようにならわされ、この

$$|\psi\rangle$$

が量子での 1bit に相当する。そのため、これを 1qubit と呼ぶ。

ただし、先ほど述べたように量子状態は規格化されているため、

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

となっている。^{*1}

4 量子コンピュータの条件とその素子

量子コンピュータとして汎用的な計算ができるような系の条件は、DiVincenzo Criteria [18]、もしくはそれを改良、一般化した T. D. Ladd らの論文における提案がわかりやすく、これを紹介する。

DiVincenzo Criteria は、

1. うまく扱えるスケーラブルな量子ビットが存在する
2. 量子ビットの初期化が可能
3. 量子ビットのデコヒーレンスまでの時間が、ゲート操作時間よりも十分長い
4. universal quantum gate set が実現可能
5. 量子ビットの量子状態の読み出しが可能

という 5 つの条件をあげており、

T. D. Ladd らの提案では、デコヒーレンスを十分に抑えつつスケーラビリティの存在、ユニバーサルな演算可能性、訂正可能性の 3 つの条件を加えている。

前者について一つずつ解説し、次章からこれらの条件を各系がどう満たしているかを解説していく。

4.1 うまく扱えるスケーラブルな量子ビット

先述したように、計算には

$$|0\rangle, |1\rangle$$

の 2 つの状態を用いる。さらに、この 2 つの状態を変化させるときは、外部から 2 つの状態のエネルギー差に相当するエネルギーを与えるという操作を行う。^{*1}

これにより、

$$|0\rangle, |1\rangle$$

の 2 状態を求めるように制御でき、かつ

$$|2\rangle, |3\rangle$$

のような準位をとらないようにできることが必要になってくる。

^{*1} 今回は具体的な計算方法には触れないため、冒頭に述べた資料等を参照してほしい。

^{*1} あらゆる量子系がこのように操作できるとは断言しがたいですが、少なくとも超伝導量子回路やイオントラップではこういう操作をします。

また、計算に使うためには、複数の量子状態に対して計算するような方法が必要になってくる。

古典コンピュータでは AND,OR 回路のように、2つの入力の条件に応じて出力が決まる計算回路があるが、量子回路においても Cnot ゲートと呼ばれる、2つの量子ビットの状態に応じて計算を出力する回路が存在する。

このような計算回路を多数の量子状態に対して、エラーが少ないままに実行できることが、求められる条件の一つで、この条件を満たすものをうまく扱える量子ビットと呼んでいる。

4.2 量子ビットの初期化が可能

量子コンピュータの計算は、特にゲート型と呼ばれるものでは、 $|0\rangle$ の状態から計算を行う。この状態をすぐに作り出せることが求められる。

4.3 量子ビットのデコヒーレンスまでの時間が、ゲート操作時間よりも十分長い

量子状態はエネルギーが外部から加わると変化し、これは大気中を伝わる光や磁場など、意図しない外部からの影響によっても起こる。

このようなノイズに左右されず、安定的な状態をとれているとき、コヒーレントな状態と呼び、コヒーレントな状態をとれる時間をコヒーレント時間と呼ぶ。

コヒーレントな状態を保てる時間をデコヒーレンスまでの時間と呼んでおり、この時間が安定的に計算できる時間である。

これが計算に必要な時間 (ゲート操作時間) よりも十分長いことが必要条件の一つである。

4.4 universal quantum gate set が実現可能

古典コンピュータでは AND,NOT ゲートがあればすべての計算が実現可能であるように、量子コンピュータも「これが実現できればあらゆる計算が可能である」という計算回路がいくつかあり、これらを充足することも必要条件である。(具体的に何になるかは素子によって適当なものが異なるため割愛)

4.5 量子ビットの量子状態の読み出しが可能

コンピュータとして利用するには、計算結果を読み取る必要がある。量子状態は測定を行うと状態が変化するので、(ここでは詳細は延べない) 量子に対する測定は古典と異なる性質を持つ。

さらに、コヒーレント時間が長い安定な量子系は、状態を測定するのが難しい。測定をする際にも外部との相互作用が必要だが、相互作用しやすいものは外部からのノイズも受けやすいという特性を持つためである。そのため、十分なコヒーレント時間があるうえで、量子状態の読み出しが可能であることが求められる。

4.6 誤り訂正

T. D. Ladd らの論文にある誤り訂正の条件は、現状世界中が量子情報の基礎研究の中心に据えている分野である。先ほど述べたような外部との相互作用によるエラーを中心として、計算途中のエラーを訂正するアルゴリズムと、実際の阻止における誤り訂正の技術が研究されている。

5 光と温度

本章では、超伝導量子回路はなぜ低温で計算しないといけないかについてまとめている。

執筆にあたり、議論のかなりのパートで [14] を参照しているが、統計力学的にもかなり面白いと思ったので自分の言葉でまとめなおした。

量子系を制御するとき、特に超伝導量子回路、イオントラップでは光による制御が主に使われている。

量子状態を制御するとは、例えば $|0\rangle$ という基底状態のエネルギー E_0 、 $|1\rangle$ という第一励起状態のエネルギー E_1 とするとき、

エネルギー差 $E_1 - E_0$ に相当するエネルギーの電磁波を当てると、状態が $|0\rangle$ から $|1\rangle$ に変化する。

逆に言えば、これに相当する電磁波が環境に多数存在し、意図せず量子系に当たった場合、エラーの原因となる。

このようなノイズの量を評価することで、量子系の制御をどんな温度ですべきか評価できる。光はボソンであることを考慮し、ある温度でのボソンの量を統計力学的に考えることができる。

(ここから先のボソンの話とかは高校生の読者は気にしないで、結果だけ見てもらっても大丈夫です)

よって、環境温度が T のとき、その環境において熱平衡にあるボース粒子を考える。

光子のエネルギーは、周波数 ω のとき

$$E = \hbar\omega$$

と表せ、このときの平均粒子数は

$$n = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1}$$

と表せる。ここで、 $\frac{\hbar\omega}{k_B T} \gg 1$ のとき、

$$n \approx \frac{\hbar\omega}{k_B T}$$

となり、温度に比例した数の光子が環境中に存在することになる。

今回コントロールしたいエネルギーは基底状態のエネルギー E_0 で、これに相当する光子の周波数

$$\omega_0 = \frac{E_0}{\hbar}$$

とすると、この周波数で光子の平均粒子数が 1 より十分小さいとき、ノイズとなる光子がほとんどない状態にできることがわかる。この条件は、先ほどの式を書き換えると、

$$T \ll \frac{\hbar\omega_0}{k_B}$$

となる。これを各量子系に適応すると、各量子系を何度にすれば制御できるかわかる。

$$T_0 = \frac{\hbar\omega_0}{k_B}$$

とすると、超伝導回路では $T_0 = 500 \text{ mK}$ で、可視光では $T_0 = 10.000 \text{ K}$ 程度となる。

上式を温度と光子の周波数の換算式ととらえると、これより十分小さい温度にで量子系を制御すると、ノイズが小さくなる。

このため、超伝導回路は数十 mK で、光では室温 (300K) で制御を行っている。超伝導量子回路の写真は、よく大きい筒に入ったイメージや、金色の装置のイメージがあるが、これらは希釈冷凍機と呼ばれる、系を数十 mK にできる冷凍機の写真である。

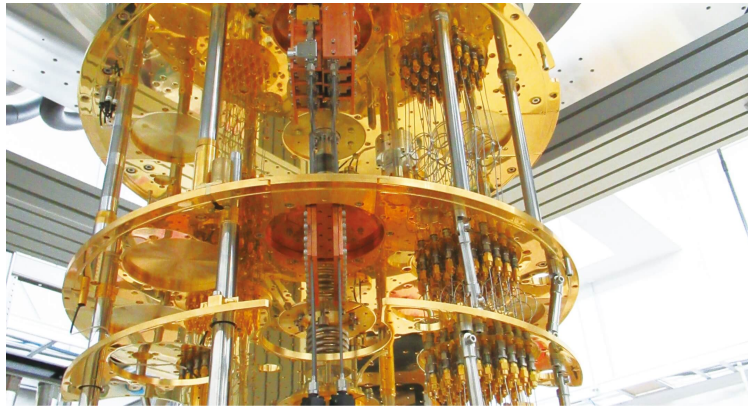


図 4: 超伝導量子コンピュータの画像 (RIKEN QUANTUM COMPUTING HP [17] より引用)

6 超伝導量子回路

超伝導量子回路は、簡単に言えば、LC 共振回路のコイルのエネルギーを非線形化したものである。

まずは LC 回路の物理について学び、それをばねの調和振動子と対応付けた後、量子化という操作によって何が起きるかを解説する。

本省の計算はかなり難しいが、筆者が手間を惜しんで行間をかなり飛ばしているので、結論だけ軽く述べておく。LC 回路において、コイルにジョセフソン結合と呼ばれる超伝導素子を使い、非常に低いエネルギーを測定してあげると、原子のようにエネルギー準位の差が異なった状態が作れる。これを制御することによって量子コンピュータとして使っている。

以上のことがわかれば十分だが、数式を追いたい読者のために以下の章を残しておく。

6.1 LC 回路と調和振動子

この記事は高校物理程度の知識を仮定しているため、高校で扱った LC 共振回路を思い出していただきたい。

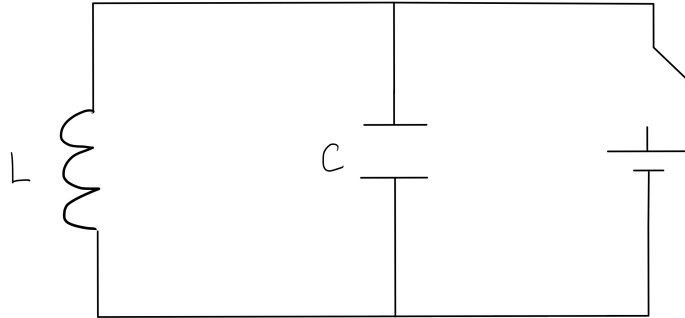


図 5: LC 共振回路

上記の回路の物理量をそれぞれ、磁束 Φ 、電圧 V 、電流 I 、電荷 Q 、自己インダクタンス L 、静電容量 C とすると、

ファラデーの電磁誘導の法則より

$$V = -\frac{d\Phi}{dt}$$

電流の定義より

$$I = -\frac{dQ}{dt}$$

自己インダクタンスの定義より

$$\Phi = LI$$

静電容量の定義より

$$Q = CV$$

これらを代入すると、コンデンサのエネルギーは、

$$\frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}C\dot{\Phi}^2 = \frac{1}{2C}Q^2$$

コイルのエネルギーは

$$\frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2L}\Phi^2 = \frac{1}{2}L\dot{Q}^2$$

となることを習ったであろう。

これらを導くラグランジアンを考える。

(ラグランジアンをご存じない方は、ここではニュートンの運動方程式を一般的な座標でも議論できるようにするときに使うやつ、という理解でよいです。EMAN の物理学, 運動方程式の変形 [6] や、ラグランジュ方程式の利点 [7] を参照してください。)

まず、上式を用いて Q に関する微分方程式を求めると、

$$\frac{d^2Q}{dt^2} = -\frac{Q}{LC}$$

オイラーラグランジュ方程式

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} = 0$$

において、一般化座標 q_i が Q であるとしたとき、上記の微分方程式を導くラグランジアンは

$$\mathcal{L} = K - U = \frac{1}{2C}Q^2 - \frac{1}{2}L\dot{Q}^2$$

になる。

同様に、 Ψ に関する微分方程式は

$$\frac{d^2\Psi}{dt^2} = -\frac{\Psi}{LC}$$

変数 Ψ を一般化座標ととらえると、ラグランジアンは

$$\mathcal{L} = K - U = \frac{1}{2}C\dot{\Phi}^2 - \frac{1}{2L}\Phi^2$$

と書いたとき、上の微分方程式が導ける。これらからわかるように、 Q と $\dot{\Psi}$ は互いに対になっている変数、正準変数である。

よって、この系のハミルトニアンは

$$\mathcal{H} = Q\dot{\Psi} - L = \frac{1}{2C}Q^2 + \frac{1}{2L}\Phi^2$$

となる。

(ハミルトニアンは、エネルギーにたいおうする情報をもつ物理量のことで。ここでは、ハミルトニアンの形が同じだと、方程式の解き方も同じになり、結果として文字は違えど同じような結果になることだけ頭においてもらえるとよいです。EMAN の物理学, ハミルトニアン [8] を参照してください。)

時間依存しないシュレディンガー方程式は、

$$\mathcal{H}\Psi = E\Psi$$

のように書くことができ、ハミルトニアンについて解くことが、その系のエネルギーがどうなってるかを解くことに相当します

実はこのハミルトニアンは、調和振動子のハミルトニアンと同一の形をしている。

調和振動子のわかりやすい例はおもり付きのばねである。

高校で習ったように、ばねの運動は

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

となる。上と同様に、このような方程式を導くラグランジアンを考えると、

$$\mathcal{L} = K - U = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - \frac{m\omega^2}{2}x^2$$

ここでは x と p が正準変数となっており、正準変換を施してハミルトニアンを導くと、

$$\mathcal{H} = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 x^2}{2}$$

となる。

調和振動子も LC 共振回路も、ばねの場合や乾電池を使う場合など、我々の身の回りのエネルギースケールで実際に実験でき、それを理論的に解くこともできる。これはおそらく、高校物理の単振動の範囲で習ったであろう。

しかし、調和振動子が原子のサイズになったり、LC 共振回路が非常に小さいエネルギーになったとき、量子の世界における特性を無視できなくなる。

この場合、ハミルトニアンは生成消滅演算子を用いて

$$\mathcal{H} = \hbar\omega\left(a^\dagger a + \frac{1}{2}\right)$$

と、係数を除いて同じ形で書ける。

量子の世界では、これまで物理量として考えていた x と p 、もしくは Q と Ψ を演算子としてとらえて、先程のシュレディンガー方程式

$$\mathcal{H}\Psi = E\Psi$$

に代入することになる。

これは解析的に解く方法と、先ほど示した生成消滅演算子を導入して解く方法があり、これらは EMAN の物理学の調和振動子 [10] や生成演算子と消滅演算子 [11] のページを参照してほしい。

これらを基に解を求めると、とりうる状態はとびとびになり、エネルギーの小さいほうから整数 $n = 0, 1, 2, \dots$ でナンバリングすると、

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right)$$
$$|n\rangle = \frac{a^{\dagger n}}{\sqrt{n!}}|0\rangle$$

となる。

6.2 Josephson 結合による LC 回路の量子化

2つの超伝導体を、少しだけ話して接続させると、トンネル効果によってクーパー対が超伝導体のを通り、それによって電流を流すことができる。

このような電流を流せるように、超伝導体を弱く結合させて電流を流すようにした超伝導体同士の結合を、ジョセフソン結合と呼ぶ。

このジョセフソン結合を、上記の LC 回路の L の部分で用いることを考えよう。

このとき、流れる電流が

$$I \sin \theta$$

のようにあらわせる。ここで θ は、超伝導素子を流れる電流同士の位相差を表している。

また、この時のコイルにかかる電圧は、

$$V = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\theta}{dt}$$

と書ける。この時、量子磁束 $\Psi_0 = \frac{\hbar}{2e}$ を用いて、

$$\Psi_j = \frac{\theta}{2\pi} \Psi_0$$

と定義すると、電流と電圧はそれぞれ

$$I = I_0 \sin\left(2\pi \frac{\Psi_j}{\Psi_0}\right)$$
$$V = \frac{d\Psi_j}{dt}$$

と書ける。

ラグランジアンは先ほどと同じように整理していくと

$$\mathcal{L} = \frac{C}{2} \left(\frac{d\Psi_j}{dt}\right)^2 + \frac{I_0 \Psi_0}{2\pi} \cos\left(2\pi \frac{\Psi_j}{\Psi_0}\right)$$

と書ける。

先程との違いは第二項が \cos で効いてくることである。(もう書くのが面倒になってきたので詳細をほとんど省略しているが、) $\cos \theta$ をテイラー展開して二次の項まで残すと先ほどの調和振動子と同様になる。

つまり、裏を返すと、超伝導量子回路では \cos の 4 次元以上の高次項が無視できない系を考えることになる。今回は簡単のため 4 次の項まで取り入れることを考える。

このとき、最終的なハミルトニアンのは

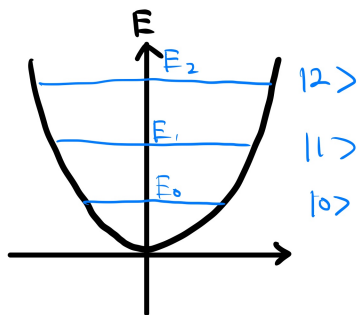
$$\mathcal{H} = \hbar\omega a^\dagger a + \frac{\hbar\alpha}{2} a^\dagger a^\dagger a a$$

のような形になる。さらにこれを頑張って解くと、

調和振動子の等間隔なエネルギー準位図から変化し、ナンバリングが増えるにつれてエネルギー準位同士のエネルギー差が小さくなる水素原子のようなエネルギー準位図がみられる。

Lが線形

$$H = \hbar\omega \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right)$$



Lが非線形
(ジョセフソン結合)

$$H \approx \frac{Q^2}{2C} + \frac{1}{2L} \Phi^2 + A \Phi^4$$

$$\downarrow$$

$$H = \hbar\omega a^\dagger a + \frac{\hbar\Delta_0}{2} a^\dagger a^\dagger a a$$

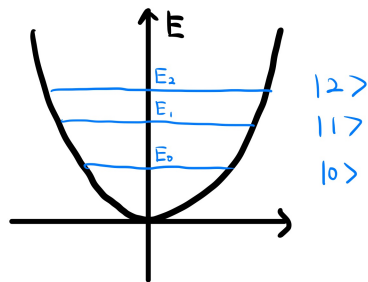


図 6: 調和振動子と超伝導量子回路のエネルギー準位

このような回路を複数つなげ、それぞれにマイクロ波を照射して制御することで、超伝導量子回路は量子コンピュータとして演算に用いることができる。

ただ、ニュース等では qubit、つまり計算単位の数がよく取りざたされるが、計算単位の数と同等に大事なのが fidelity、つまりどれだけの確率でエラーなく計算できるかである。

エラーが抑えられると、それほど計算単位の数が多なくても計算素子として有用性が増すため、世界中で計算単位を増やしながらか、同時に計算のエラーを抑えるための研究が日夜行われている。

7 イオントラップ

続いて、イオントラップ型の量子コンピュータの原理について解説していく。そもそもイオントラップは、電場をうまく使ってイオンを空間中にひとつずつ固定する技術である。

こうしてみると簡単そうだが、その実非常に芸術的な実験装置が使われている。というのも、(弊大学の物理学科の過程を進むと必ずやるのだが、) 電場を空間中で井戸のような形にしてかけることはできないためだ。

電磁気学で、局所的な電荷が空間中に作る電場について、ポアソン方程式と呼ばれる式を解き、解をルジャンドル多項式の多重極展開という手法で分析すると、距離の -1 乗、 -2 乗...など、距離に対する主要項の影響を大きいほうから分析できる。

これで低次の項の影響を考えると、最小の点が一つだけあるようなポテンシャルを作ることができないことが示される。

そのため、イオントラップでは馬の鞍のような形、鞍点を持つようなポテンシャルを次々に切り替えることで、イオンを一に点とどめている。

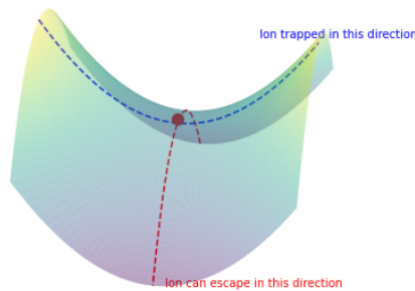


図 7: 鞍点型のトラップ ([16] より図を引用)

こうして空間上にとどめたイオンは、レーザー光によって制御される。1章でふれたように、原子中の電子のエネルギー準位はとびとびの値をとる。

電子はより低いエネルギーにいるほうが安定なので、この準位の低いほうから順に電子が埋まっている。その時、このエネルギー差に相当する波長の光を照射すると、電子が励起してエネルギーの高い状態に移移する。しかし、その状態は不安定なので、いずれ元の基底状態に戻る。この時にも電子はエネルギー差分の光を放出する。

イオントラップを量子ビットとして使うとき、簡単にはこの原理を使うことになり、エネルギー差に相当するレーザー光を当ててイオン中の電子を励起させ、励起した電子が基底状態に落ちるときに出す光を観測することで測定を行う。

しかし、どんなイオンでも使えるわけではなく、レーザー光として使いやすいエネルギー準位差に相当する軌道の電子があり、イオンにしやすい原子が用いられる。具体的には、カルシウム、バリウム、ストロンチウムなどの、2族原子の1価イオンが使われることが多い。

3章で述べた、量子コンピュータの条件と照らし合わせながら確認していこう。

7.1 基底状態の準備

制御の開始では、電子を基底状態 $|0\rangle$ の状態にそろえてあげる必要がある。

しかし、例えば $^{40}\text{Ca}^+$ では、制御に用いる基底状態において、安定な状態が2つある。制御のためには使う基底状態が一つのほうが都合がよいため、光ポンピングと呼ばれる手法で一つの状態に電子をそろえることになる。

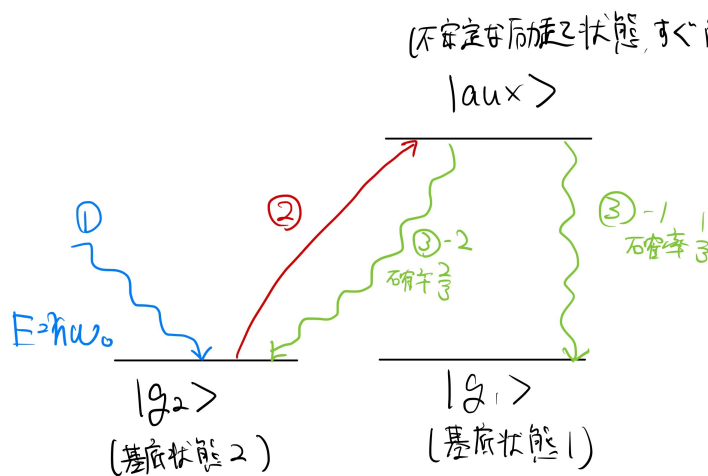


図 8: 光ポンピングの概要

上図のように、基底状態が2つあるうち、1つに電子がいる状態にそろえることを考える。

上図は、先ほどの水素原子のエネルギー準位のような図のうち、制御に適している一部の準位を抜き出した図である。基底状態を $|g_1\rangle^{*1}$ と $|g_2\rangle$ 、不安定な励起状態を $|aux\rangle^{*2}$ と表している。安定な基底状態同士は、直接どちらの準位にいるか制御するのはかなり難しい(そういう研究をされている方もいるが)。そこで光ポンピングを用いることになる。

最初に、(円偏光で、) 基底状態と不安定な励起状態とのエネルギー差に相当する波長のレーザーを当てると、片方の基底状態の電子だけが励起される。

その後、不安定な励起状態に遷移した原子は、確率的に2つのどちらかの基底状態に崩壊するので、これを繰り返すことで、片方の基底状態 $|g_1\rangle$ に電子がいる状態を作れる。

7.2 準位の制御

次は、基底状態にある電子の準位を制御する方法を考えよう。

基底状態 $|g\rangle$ を $|0\rangle$ 、比較的安定な励起状態 $|e\rangle$ を $|1\rangle$ として扱えれば、量子コンピュータとして演算する道が開ける。

そこでまずは、 $^{40}\text{Ca}^+$ イオンのような準位を持つときを考える。

*1 ground, 日本語で基底の意味です

*2 auxiliary, 日本語で補助の意味です

(不安定な励起状態, すぐ崩壊)

$|aux\rangle$

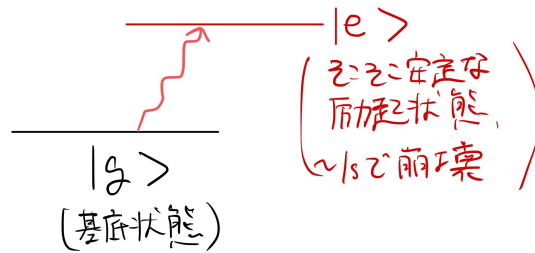


図 9: $^{40}\text{Ca}^+$ の量子制御

このような原子の準位では、基底状態より高いエネルギー準位に、1 秒ほど安定にいられる励起状態がある。これらの準位のエネルギー差は、可視光の波長の光に相当し、この波長のレーザーを当てると励起させられる。(エネルギー準位はシュレディンガー方程式を頑張って解くと求まる。)
次に、 $^{43}\text{Ca}^+$ イオンのような準位をもつ原子について考えよう。

(不安定な励起状態, すぐ崩壊)

$|aux\rangle$

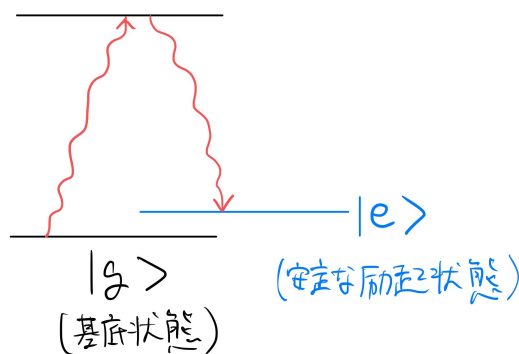


図 10: $^{43}\text{Ca}^+$ の量子制御

このような原子の準位では、基底状態よりわずかに高いエネルギー準位に、長時間安定にいられる励起状態がある。これらの準位のエネルギー差は非常に小さく、直接遷移させるのは難しいので、先程説明した光ポンピングを用いて遷移させる。

原子によってこれらの 2 つのいずれかを選び、光を当てて成業することで、イオントラップは 2 準位を安定的に扱える。

7.3 状態の測定

状態の測定も、上記の事項が理解できると比較的簡単に理解できる。 $^{40}\text{Ca}^+$ イオンの例を考えよう。

再び励起状態 $|aux\rangle$ と基底状態 $|g\rangle$ のエネルギー差に相当する波長のレーザーを当てることを考えよう。

もしも電子が基底状態 $|g\rangle$ にいるなら、励起と崩壊が起こることで、エネルギー差に相当する光を放出する。

一方、電子が励起状態 $|e\rangle$ にいるときは、電子は変化しない。

よって、 $|g\rangle$ を $|0\rangle$ 、 $|e\rangle$ を $|1\rangle$ に対応させることで、光の検出を通して測定が可能となる。

さらに、イオンはトラップされ続けた状態にあるので、計算を再開するのも容易であるというメリットがある。

7.4 位相制御とエンタングルの方法

量子コンピュータに詳しい読者ならば、位相の制御とエンタングルの制御方法について疑問を持っているだろう。

2 準位系の量子状態は、

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

のようにあらわされるのだった。計算に用いるためには、この係数 α, β も制御してあげる必要がある。

そのためには、レーザーの位相とタイミングを制御する必要がある。

詳細は略すが、適切な周波数、タイミング、位相を兼ね備えたレーザーのパルスが照射されたとき、イオンは近似的にラビ振動する。

ラビ振動は EMAN の物理学、ラビ振動 [12] を参照してほしい。

また、複数のイオンが条件を満たした時だけ、これらの係数 α, β に対して演算を施すことも、量子コンピュータに対して必要な要件である。

そのためには、イオンから放出された光を、ほかのイオンに吸収させることで実現させている。

しかし、これ以上の詳細は筆者の力が尽きたので、以下の論文 [15] などを参照してほしい。

8 おわりに

筆者の力が尽きてある程度ところで議論を止めていますが、本記事はあくまでイントロを目指したつもりなので、興味がわいた読者は参考文献のシリーズを拜読することをおすすめします。

記事執筆中に EMAN 先生に反応いただいたのがうれしくて、事前想定よりたくさん引用というか議論を丸投げしていますが、これらの記事もそれ以外も良記事ぞろいなので、ぜひご一読ください。

また、この分野に興味を抱かせてくれた量子班班長と、引用記事の執筆者でもある長田有登先生、野口篤史先生に感謝申し上げます。執筆モチベーションも細かい知識も、この方々に多くのものをいただきました。

最後に、駄文ではありましたが、お読みいただきありがとうございました。

参考文献

[1] EMAN の物理学 <https://eman-physics.net>

[2] 量子コンピューティング by NRI Advent Calendar 2021 <https://qiskit.org/learn/>

- [3] 量子コンピューター Advent Calendar 2022 <https://qiita.com/advent-calendar/2022/quantum>
- [4] ICEPP. 量子コンピューティング・ワークブックへようこそ！ <https://utokyo-icepp.github.io/qc-workbook/welcome.html>
- [5] IBM. Qiskit Textbook <https://qiskit.org/learn/>
- [6] EMAN の物理学, 運動方程式の変形 <https://eman-physics.net/analytic/lagrange.html>
- [7] EMAN の物理学, ラグランジュ方程式の利点 <https://eman-physics.net/analytic/lagrange2.html>
- [8] EMAN の物理学, ハミルトニアン <https://eman-physics.net/analytic/hamilton.html>
- [9] EMAN の物理学, 原子の構造 <https://eman-physics.net/quantum/atom.html>
- [10] EMAN の物理学, 調和振動子 <https://eman-physics.net/quantum/oscillator.html>
- [11] EMAN の物理学, 生成演算子と消滅演算子 https://eman-physics.net/quantum/creat_op.html
- [12] EMAN の物理学, ラビ振動 https://eman-physics.net/quantum/creat_op.html
- [13] @schulta. 超伝導量子コンピュータの物理入門. qiita. 2021-12-02. <https://eman-physics.net/quantum/rabi.html>
- [14] 長田有登, 野口篤史, 山崎歴舟. 量子技術序論. オンラインコース・サマースクール・量子技術教育プログラム. 2022. p121-125 https://www.sqei.c.u-tokyo.ac.jp/qed/QEd_textbook.pdf
- [15] H. Häffner, C.F. Roos, R. Blatt. Quantum computing with trapped ions. Physics Reports vol.469. p155-203. 2008
- [16] Alvaro Ballon. Trapped ion quantum computers. 10 November 2021. https://pennylane.ai/qml/demos/tutorial_trapped_ions.html
- [17] RIKEN QUANTUM COMPUTING ホームページ 理研 <https://rqc.riken.jp/>
- [18] D. P. DiVincenzo, Fortschr. Phys. 48, 771 (2000).