

重力波の検出方法

1 重力波とは？

一般相対論では、重力は Einstein 方程式で表されます。

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1)$$

ここで、方程式を記述する単位系として SI 単位系を採用し、 G は Newton の重力定数、 c は光速です。左辺は時空の歪みを表す Einstein テンソルで、右辺は物質の寄与を表すエネルギー運動量テンソルです。

時空計量を背景時空 $g_{\mu\nu}^{(b)}$ と重力波を表す摂動計量 $h_{\mu\nu}$ に $g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{(b)} + h_{\mu\nu}$ と分け、 h の一次のオーダーだけみることで Einstein 方程式を線形化します。ここで、 $g_{\mu\nu}^{(b)}$ は真空における時空計量を仮定しています。座標変換による自由度を利用して TT ゲージにゲージ固定すると、Einstein 方程式は線形化され

$$\square h_{\mu\nu} = \frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (2)$$

となり、さらに $h_{\mu\nu}$ の要素自体も物理的に解釈しやすくなります (+ モード、 \times モード等)。また、式 (2) は振動源があるときの波動方程式なので、物理的には、物質 ($T_{\mu\nu}$) を振動源として時空計量の摂動 ($h_{\mu\nu}$) が光速で伝播していくと解釈できます。

2 検出方法

重力波の検出方法としては、信号解析手法である Matched Filter 法が用いられます。Matched Filter 法では、ノイズが多いデータから目的の信号波形を探し出すことができます。重力波検出では目的の波形となる信号を理論的に計算しテンプレートをつくり、テンプレートの計算方法として

は、解析的な手法として postNewtonian 近似や摂動論、数値計算では数値相対論などが開発されています。例えば、postNewtonian 法で、二体連星系が合体する重力波波形は図 1 のようになります。この波形は、星が自転していないなど単純化された計算例ですが、合体時刻に近づくにつれて振幅と振動数が大きくなるという合体波形の特徴が出ています。

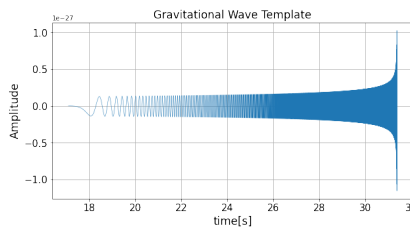


図 1: 重力波テンプレート例

また、ノイズの大きさが周波数ごとの程度にあるかを表す雑音スペクトル $S(f)$ を観測データから計算し、テンプレート波形 $h(f)$ とデータ波形 $d(f)$ を用いて、SNR(signal to noise ratio) を

$$\rho = 4 \operatorname{Re} \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \frac{\tilde{h}^*(f) \tilde{d}(f)}{S(f)} df \quad (3)$$

とノイズ込みの内積で定義します。SNR が大きいと重力波が検出された尤度が高いこととなります。同じテンプレート波形で同じような時刻に別の重力波望遠鏡で重力波が検出されていれば、重力波観測の可能性が高いということになります。また、質量などのパラメータをかえたテンプレート波形で尤度が大きくなるものをパラメータの最良推定値とし、他の電波観測との観測結果と比較したりすることができます。

ここで、Matched Filter の威力を試してみます。例えば、シミュレーションした観測データ (図 2) には 4 つのテ

ンプレート波形を入れてあります。つまり、1024 秒の間に連星合体重力波が 4 つ届いており、観測できる状況を想定しています。この 4 つのうち最も時刻の早いところの重力波を検出できているのが図 3 です。5 程度だった SNR は、重力波が到達した時刻に急激に上昇していることがわかります。このように、一目データを見ただけでは重力波信号がどこにあるのか分かりませんが、テンプレート波形が検出されると SNR が急激に大きくなります。

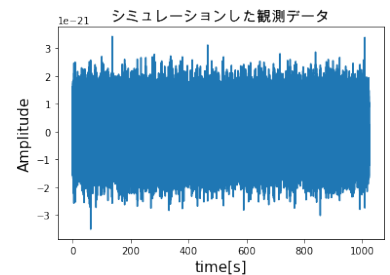


図 2: シミュレーションした観測データ

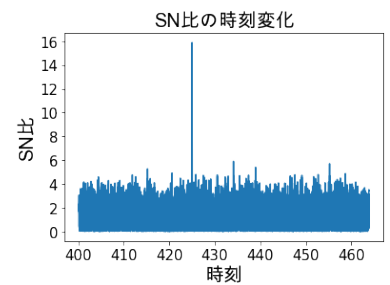


図 3: SNR

参考文献

- [1] 中野寛之, 佐合紀親. "重力波・摂動論" 朝倉書店 (2022)
- [2] 柴田大, 久徳浩太郎. "重力波の源" 朝倉書店 (2018)
- [3] M. Maggiore, "Gravitational Waves, Volume 1: Theory and Experiments" Oxford University Press, 2007