Physics Lab. 2023 生物物理班　　著者：笹森貫佑

アクティブマター入門：Vicsek モデル

アクティブマターの最も簡単なモデルとして、Vicsek **モデル**を考えてみます。以下、二次元系を考えます。

1　要請

Vicsek モデルでは、次のような振る舞いを要請します。

- N 個の粒子を考える。
- すべての粒子は等速で動く。
- 粒子は、その近く（今回は半径 r 以内）の粒子と動く向きを揃えようとする。
- ただし、ノイズが加わり、完全には向きを揃えきれない。

これを数式で表現すると、次のようになります。

$$\boldsymbol{r}_i(t+\Delta t) = \boldsymbol{r}(t) + v_0 \Delta t \boldsymbol{e}_{\theta_i(t+\Delta t)}$$
$$\theta_i(t+\Delta t) = \arg \sum e^{i\theta_i(t)} + \eta \xi_i(t)$$

v_0：粒子の速度
η：ノイズ強度
$\xi \in$ 一様分布 $[-\pi, \pi]$：白色ノイズ

2　シミュレーション

シミュレーション結果を見てみましょう（コード参考:[1]）。ノイズが十分小さいときは、群れのようなものが見えていることがわかります (図 1)。一方、ノイズが十分大きいときは、各粒子がランダムに飛び回る無秩序な相を作っていることがわかります (図 2)。

研究では、ノイズを連続的に変化させていくと、群れが見える相から、無秩序な相に非連続的に移り変わる特別な点（**相転移点**）があることがわかっています [2]。

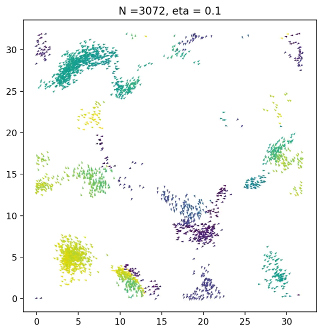

図 1: ノイズが十分小さい場合

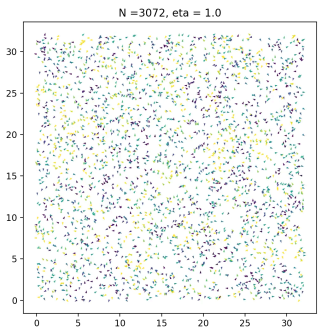

図 2: ノイズが十分大きい場合

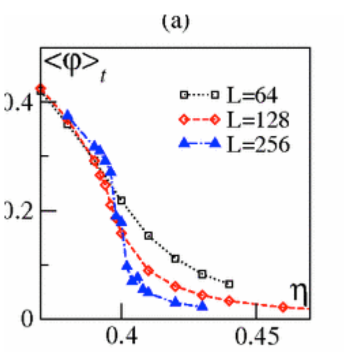

図 3: 相転移の様子 ([2] より引用)
縦軸: 秩序変数 $\langle\varphi\rangle$(速度ベクトルの集団平均を時間平均したもの)、横軸: ノイズ変数 η。
特に青いグラフ (系のサイズ大) からは、$\eta = 0.4$ あたりで、$\langle\varphi\rangle$ が急激に 0 に近づく (速度の向きが揃わなくなる) ことが読み取れる。

3　Vicsek モデルの意義

このように、四つの要請だけを課した、非常に単純化した「群れ」のモデルでも、私たちがイメージするような「群れ」の性質が現れることがわかりました。

「群れ」の構成要素それぞれが、その近くの要素の動きしか認識していなくても「群れ」全体で統率の取れた動きをするということは驚くべきことである一方、自分の遠くに位置している個体の動きを認識していないと想像されるイワシたちが、秩序だった群れを形成していることと合致します。また、連続的にパラメータを動かしているにもかかわらず、非連続に振る舞いが変わる（相転移が起こる）という点は興味深いです。

統計力学の XY モデルと、今回の Vicsek モデルの設定が似ていると思った人がいるかもしれません。しかし、XY モデルのような短距離相互作用する二次元の平衡系では長距離秩序が実現されないことが知られている一方で、Vicsek モデルは非平衡系であり、真の長距離秩序が実現されうるという点は特筆すべき点です。

参考文献

[1] “https://francescoturci.net/2020/06/19/minimal-vicsek-model-in-python/”.

[2] H. Chaté, et al.. “Collective motion of self-propelled particles interacting without cohesion” Phys.Rev.E **77**.046113 (2008).

[3] 西口大貴, 佐野雅己.“自己駆動粒子の集団運動: 群れから始まる非平衡統計力学” 数理科学 **54**.1 (2016) : 39–44.

[4] 西口大貴.“アクティブマター物理学：集団運動の秩序とゆらぎ” 物性若手夏の学校テキスト (2023).