Physics Lab. 2023 量子班　　著者：長谷部倫太

磁場ゼロの領域で磁場の影響をうける！？

1　電子の粒子性と波動性

電子は、粒子性とともに波動性ももちます。図 1 のような二重スリット実験を行うと、スクリーンには図 2 の模様が現れます。明るい部分が電子が当たったところです。「ヤングの実験」で、明線が現れるのと似ていますね。**光と同じように、電子は波の性質を持つのです。**

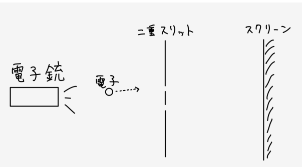

図 1: 二重スリット実験

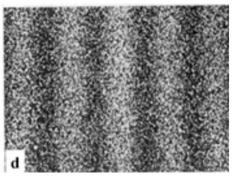

図 2: 干渉縞の様子 ([1] より)

2　ベクトルポテンシャル

ベクトル $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ に対し以下を定義します。

$$\nabla \times \vec{a} \equiv \left(\frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z}, \frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x}, \frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} \right) \tag{1}$$

マクスウェル方程式から、磁場 $\vec{B}$ に対して、$\nabla \times \vec{A} = \vec{B}$ を満たすベクトル $\vec{A}$ が存在します。この $\vec{A}$ をベクトルポテンシャルと呼びます。

3　アハラノフ・ボーム効果

3.1　波の式

オイラーの公式 $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ を考えます。波の式は、

$$\psi(x,t) = A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi t}{T}\right) \tag{2}$$

と表されますが、この $\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi t}{T}$ を「位相」と呼びます。また、$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda}$、$\omega \equiv \frac{2\pi}{T}$ とおくと、式 (2) の右辺は $Ae^{i(kx-\omega t)}$ の実部とわかります。ここでは波の式を複素数で表して、

$$\psi(x,t) = Ae^{i(kx-\omega t)} \tag{3}$$

としましょう。指数法則 $e^x e^y = e^{x+y}$ は、x, y が複素数のときも成立します。ですから、波の式に $e^{i\theta}$ をかけると、$e^{i\theta}\psi(x,t) = Ae^{i(kx-\omega t+\theta)}$ となり、位相が θ だけずれることがわかります。

3.2　アハラノフ・ボーム効果

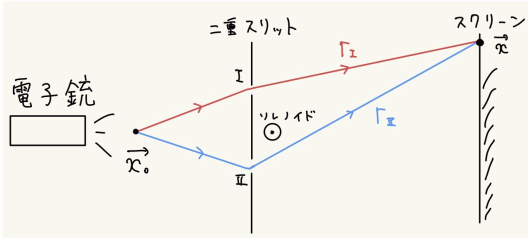

図 3

上の図のような二重スリット実験を考えましょう。ソレノイドが無限に長いとき、経路 Γ_I, Γ_{II} 上では磁場はゼロになります。古典力学で考えると、電子は磁場からの力を受けませんから、特に影響はなさそうです。しかし、**磁場の大きさを変えると干渉縞は変わります！**

波動性から電子も波の式で表せます。磁場がないときの経路 Γ_I, Γ_{II} 上の電子の波の式をそれぞれ $\psi_0^I(\vec{x},t)$,$\psi_0^{II}(\vec{x},t)$ とします。図 3 の点 $\vec{x}$ での電子の波の式 $\psi(\vec{x},t)$ は、

$$\psi(\vec{x},t) = \exp\left(i\frac{q\varphi(\vec{x})}{\hbar c}\right)\left(\psi_0^I(\vec{x},t) + \exp\left(i\frac{q\Phi}{\hbar c}\right)\psi_0^{II}(\vec{x},t)\right) \tag{4}$$

となります。Φ は経路に囲まれた領域を通る全磁束です。また、$\exp(x)$ は e^x の別表記です。
干渉縞は位相の差によって生じますが、磁場がある場合、経路 Γ_I の電子と Γ_{II} の電子の位相の差が、磁場がない場合からさらに $\frac{q\Phi}{\hbar c}$ だけずれることが式 (4) からわかりました。

これは、電磁場のない領域で荷電粒子がポテンシャルの影響を受ける「アハラノフ・ボーム効果」の表れです。**磁場はゼロですが、ベクトルポテンシャルは存在していることが深く関係しています** [2]。

参考文献

[1] 日立.“二重スリット実験：量子計測”. https://www.hitachi.co.jp/rd/research/materials/quantum/doubleslit/index.html.

[2] 坂本眞人.“場の量子論 不変性と自由場を中心に” 裳華房 (2014).