

# 標準模型の基本的要請

## 1 標準模型の作用

標準模型は、素粒子の振る舞いを記述する理論です。標準模型というと、下のような式のことを言います。

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \bar{\Psi}i\gamma^\mu D_\mu\Psi + (D^\mu\Phi)^\dagger(D_\mu\Phi) + m^2\Phi^\dagger\Phi - \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2 + (\bar{\Psi}_i Y_{ij}\Psi_j\Phi + h.c.) \quad (1)$$

$F, \Psi, \Phi$ などは粒子を表し、そのほかは定数や作用素です。

ここから、この式がどうして出てきたのかについて解説していきます。

## 2 最小作用の原理

上の式は、「最小作用の原理」におけるラグランジアン密度という量です。最小作用の原理によると、下の作用という量が最小(正確には極値)になるような現象が現実起こります。

$$S = \int d^4x \mathcal{L}$$

とりあえず、(1)は運動方程式を作る装置と思ってくれば十分です。

## 3 標準模型の要請

実は標準模型のラグランジアン密度は、いくつかの理論的要請だけによつて形を決めることができます [1]。ここから、その要請をざっくりと見ていきたいと思ひます。

### 3.1 ポアンカレ対称性

ポアンカレ対称性は、座標変換に関する対称性です。この性質は、ある慣性系からの平行移動、回転、ローレンツブーストでラグランジアン密度の形が変わらないことを要請します。つまり、物理現象を見ている人が違う位置

から見ても、見る向きを変えても、一定の速度で走り出しても、同じ形の式を使ってその現象を書くことができます。これにより式では、1つの項の中で同じギリシャ文字の添え字が上下にひとつずつ現れていなければなりません。

### 3.2 ゲージ対称性

ゲージ対称性とは、ゲージ変換に対してラグランジアン密度の式の形が変わらないという要請です。重力の位置エネルギーが基準面を自由にとれるように、量子力学が状態全体にかかる位相因子を無視するように、物理ではあるものを無視することがあります。このとき、「無視しているなら各点で自由に基準を決めて良いのではないか?」と思ひ、「基準」を変化させるのがゲージ変換です。イメージとしては(これはゲージ変換ではありませんが)、重力による位置エネルギーの基準面をぐにゃぐにゃに曲げる感じです。

標準模型は  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)_Y$  対称性を持っています。このゲージ対称性によって強い力、弱い力、電磁気力の3つの力が記述できます。ゲージ対称性は式にははっきり現れませんが、最後の項で  $\Psi_i, \Psi_j$  にどんな粒子が入られるかが制限されます。例えば順にクォーク、電子とすると  $SU(3)$  対称性がないのでラグランジアン密度に入れることはできません。

### 3.3 くりこみ可能性

くりこみ可能性は、今までの対称性とは少し違う要請です。実は (1) を使って計算していると、無限大が現れることがあります。この無限大をある手続きに従って、有限個のパラメータで相殺することができるという要請が

くりこみ可能性です。

くりこみ可能性によって、 $D$  や  $\Psi, \Phi$  がたくさんかかった項はラグランジアン密度に入れられなくなります。例えば  $(\Phi^\dagger\Phi)^3$  や  $\bar{\Psi}D^\mu D_\mu\Psi$  は上の2つの対称性を満たしますがくりこみ可能性の条件により、ラグランジアン密度に入れることはできません。

今まで3つの要請を見ました。この要請があると、ラグランジアン密度の形は、現在観測されている粒子について入れられる項をすべて入れても、最初の (1) の形にまで制限されてしまうのです!

## 4 自発的対称性の破れ

ゲージ対称性に関連して、物質の質量起源について触れておきます。実は式 (1) では、ゲージ対称性により電子などの質量項がありません。詳しくは説明しませんが、(1) の  $m^2\Phi^\dagger\Phi$  (ヒッグス粒子の質量項) の符号が通常の物質の質量項と逆になっていることでゲージ対称性が破れ、電子やクォークが質量を獲得します [2]。

## 5 標準模型の課題

標準模型は、今までの様々な実験による検証に耐えてきた理論です。しかし、ニュートリノの質量起源や重力の統一など課題もあります。これらの課題解決のために日々研究が行われています。

## 参考文献

- [1] 坂本真人. 場の量子論 (I)—不変性と自由場を中心にして—. 裳華房, 2014.
- [2] 坂本真人. 場の量子論 (II)—ファインマングラフとくりこみを中心にして—. 裳華房, 2020.