

# 超伝導の渦糸を見てみよう！

## 1 超伝導

一部の物質は、転移温度  $T_c$  を下回るまで低温にすることで、**超伝導**と呼ばれる状態に至ります。この状態では、**電気抵抗がゼロになる、外部磁場が超伝導体に一切入らない状態** (完全反磁性状態) になる等の特異な現象が起こります。

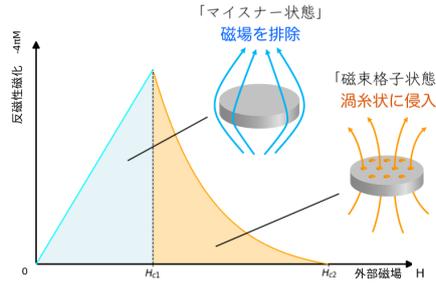


図 2: 第二種超伝導体 外部磁場に対する反磁性磁化の応答

## 2 渦糸

### 2.1 第一種、第二種超伝導体

一般的に、超伝導体は弱い磁場中では完全に磁場を排除します。しかし、超伝導体は磁場を強くした際の応答により「**第一種**」と「**第二種**」に分類されます。[1]

第一種超伝導体は外部磁場に比例して反磁性磁化を大きくすることで磁場を完全に排除しますが、外部磁場が臨界磁場  $H_c$  に達すると超伝導状態が完全に破壊されます。

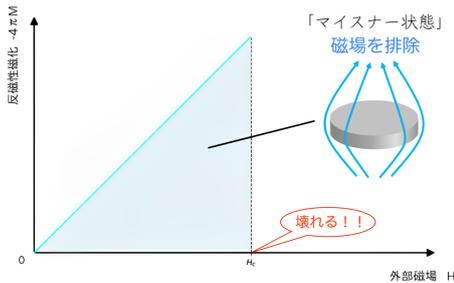


図 1: 第一種超伝導体 外部磁場に対する反磁性磁化の応答

これに対し、第二種超伝導体は外部磁場が下部臨界磁場  $H_{c1}$  に到達すると磁束が**渦糸**と呼ばれる状態で局所的に侵入し、上部臨界磁場  $H_{c2}$  に達すると超伝導状態が壊れます。渦糸とは、**磁場が糸のように局所的に束になっている状態**のことをいいます。

### 2.2 磁束の量子化

第二種超伝導体を貫く渦糸がもつ磁束は**量子化**されていて、以下の磁束量子  $\Phi_0$  の**整数倍の値のみ**を取ります。  
( $h$ : プランク定数、 $c$ : 光速、 $e$ : 電気素量)

$$\Phi_0 = \frac{hc}{2e} \approx 2.068 \times 10^{-15} \text{ Wb} \quad (1)$$

分母の  $2e$  は、超伝導体中で電子がクーパー対と呼ばれる状態を作っていることに由来します。

### 2.3 磁場侵入長

超伝導体にどれほどの深さまで磁場が侵入するかを**磁場侵入長  $\lambda$**  で表すことができます。

( $m^*$ : 超伝導を担う粒子の質量、 $e^*$ : 電荷、 $n_s$ : 数密度、 $\mu_0$ : 真空の透磁率)

$$\lambda = \sqrt{\frac{m^*}{n_s e^{*2} \mu_0}} \quad (2)$$

一般的に、 $\lambda$  は  $10^{-6} \sim 10^{-4} \text{ cm}$  であるため、**非常に短い距離しか侵入しません**。

また、磁場侵入長は温度が上がると増加する特性を持ちます。

( $T \nearrow T_c$  で  $\lambda(T) \rightarrow \infty$  となり、磁場が侵入できるようになります)

$$\lambda(T) = \frac{\lambda(0)}{\sqrt{1 - (T/T_c)^2}} \quad (3)$$

## 3 薄膜超伝導体の渦糸

これから、渦糸を持った薄い超伝導体を配置し、距離  $d$  離れた位置にある検出器で渦糸を通った磁場を観測する実験について考えます。

薄膜超伝導体の理論から計算したシミュレーション結果と、ダイヤモンドの NV 中心を用いた検出器により実験した実際の実験結果を比較しながら渦糸を観察してみましょう。

以下がこの実験の模式図となります。

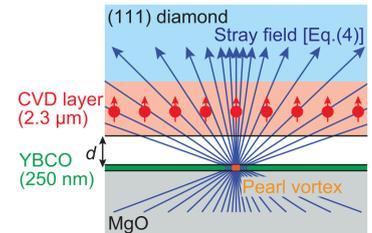


図 3: 薄膜超伝導体層と検出器層の構造 (一例) [2] より  
薄膜上に渦糸 (パール渦) が発生している  
YBCO: 超伝導体  
NV 中心: 窒素と空孔による格子欠陥、磁場の強さによって量子状態の共鳴周波数が変化する (ゼーマン効果)

## 4 シミュレーション

まずは、1つの渦糸がどのような分布で見えるのかをシミュレーションしてみましょう。  
検出器に入る磁場の分布は以下の式で表せます。[3]  
( $t$ : 超伝導体の厚さ、 $J_0$ : 第一種ベッセル関数)

$$B_z = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \left( \int_0^\infty dk \frac{k J_0(kr)}{k^2 + \lambda^{-2}} f(k, d) \right)$$

$$f = \frac{(k + \tau)e^{\tau t} + (k - \tau)e^{-\tau t} - 2k}{(k + \tau)^2 e^{\tau t} - (k - \tau)^2 e^{-\tau t} - \tau e^{-kd}}$$

$$\tau = \sqrt{k^2 + \lambda^{-2}}$$

これをもとに、渦糸の磁場が検出される様子をシミュレーションしたものが以下です。

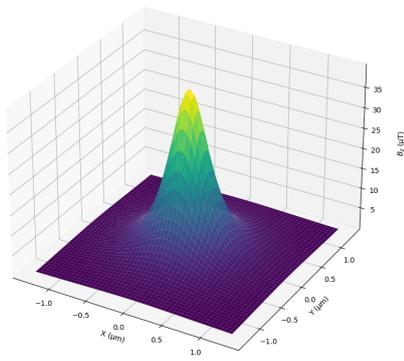


図 4: 検出器上の渦糸の磁場シミュレーション  
z 軸が磁場の強さ (z 成分)、x,y 軸が薄膜上での位置

$T = 60\text{K}$ ,  $\lambda = 130\text{nm}$ ,  $d = 2.7\mu\text{m}$ ,  
 $t = 250\text{nm}$

磁場が綺麗な山なりを描いていますね。中心部分の磁場が局所的に強くなっているのが分かります。検出器が検出した磁場を積分して得た磁束は以下になります。

$$\Phi_{\text{exp}} = 0.784\Phi_0 \quad (4)$$

渦糸の磁束よりも少し小さい値になっているのは、検出器が磁場の z 成分のみしか測定できないためです。

次に、渦糸の磁場の強さの温度依存性を見てみましょう。

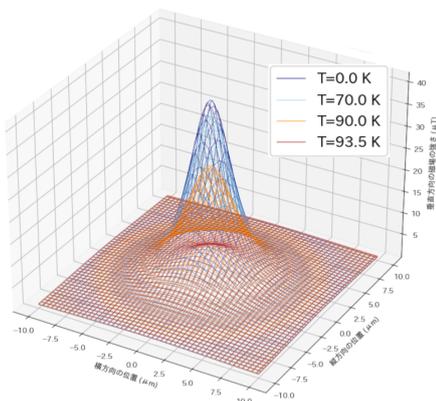


図 5: 温度ごとの渦糸の磁場シミュレーション  
 $\lambda$  を (3) 式で計算、 $T_c = 93.9\text{K}$ ,  $\lambda(0) = 100\text{nm}$  を仮定

温度が転移温度  $T_c$  に近づくにつれ、渦糸が広がり消えていっているのが分かります。次に、渦糸が試料上にどう分布するかをシミュレーションしてみましょう。

磁場が弱い時、渦糸の磁束は  $\Phi_0$  の決まった値のみを持ちます。そのため、試料上の渦糸の数  $n$  は、試料全体にかかる磁束  $\Phi_{\text{all}}$  を用いて

$$n = \frac{\Phi_{\text{all}}}{\Phi_0} \quad (5)$$

と見積もることができます。つまり、渦糸の数は印加した磁場に比例します。

これを用いて、 $260\mu\text{m} \times 260\mu\text{m}$  の試料上に渦糸を分布させたシミュレーションの結果は以下になります。

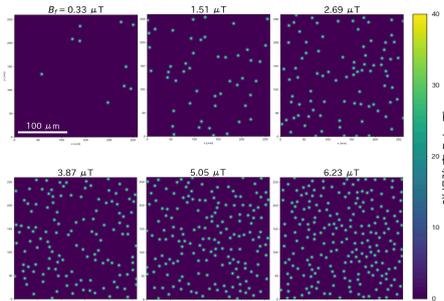


図 6: 薄膜上の渦糸の分布シミュレーション  
簡単のため、渦糸は先ほどのシミュレーション結果と同じ半値幅をもったガウス分布で計算  
渦糸の位置は  $10\mu\text{m}$  以上離してランダムに分布

全体の磁場が増えると、渦糸の数も確かに増加していることが分かります。

## 5 実験

いよいよ、実際に渦糸を観測した実験結果を見てみましょう。

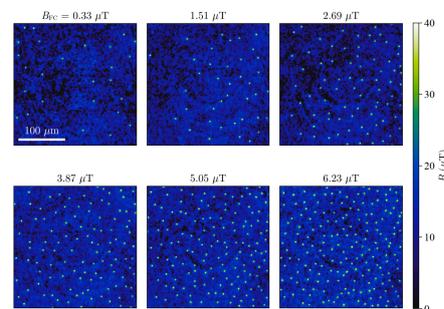


図 7: 量子スピン顕微鏡による超伝導量子渦の磁場イメージング (小林研究室より提供 [4])  
 $\text{NdBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  薄膜 (転移温度  $93.9\text{K}$ )  
測定温度  $60\text{K}$   
ダイヤモンドの NV 中心を用いて量子渦から発生する磁場を可視化

シミュレーションに近い見え方をしているのが分かります。実際に渦糸はこのように分布しているのです!

それでは、シミュレーションで見えた渦糸の数と実験で見えた渦糸の数を比較してみましょう。

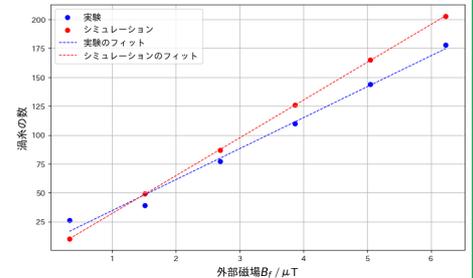


図 8: 外部磁場に対する渦糸の数シミュレーション (赤)、実験結果 (青) それぞれに線形回帰を施している (実験では低磁場で誤差が大きい)

確かに、渦糸の数は外部磁場の強さに比例していて、シミュレーションは実験に近い結果を与えていることが分かります。

これにて渦糸をシミュレーションし、実験により観察することが出来ました!

## 参考文献

- [1] 楠瀬博明. “基礎からの超伝導 風変わりなペアを求めて” 講談社 (2022).
- [2] S. Nishimura et al., “Wide-field quantitative magnetic imaging of superconducting vortices using perfectly aligned quantum sensors” *Appl. Phys. Lett.* **123**. (2023) : 112603.
- [3] Gilson Carneiro and Ernst Helmut Brandt, “Vortex lines in films: Fields and interactions” *Phys. Rev. B* **61**. (2000) : 6370.
- [4] “小林研究室 2024 年次報告書” 磁束量子 小林研究室 (2024).